

1 群 (信号・システム) - 4 編 (回路理論)

2 章 回路解析の基礎

(執筆者 : 伊藤 和人) [2018 年 5 月 受領]

概要

受動素子, 電圧源, 電流源などから成る回路中の任意の箇所の電圧, 電流を求めることを回路解析という. 回路中の電圧, 電流は, オームの法則に代表される素子の法則, 及びキルヒホッフの法則 (電圧法則, 電流法則) に従う. 回路中の未知電圧と未知電流を変数とし, 回路構造に基づいて前述の法則に従って変数間に成り立つべき関係式を列挙する. これらすべての関係式を同時に満たす変数解として電圧, 電流を定めることが回路解析の目的である. 多くの素子から成る回路では多数の変数が存在するので, 効率良く回路解析を行うには, 互いに独立な必要最少の変数及び関係式のみを考慮することが肝要である.

本章では, 与えられた回路について回路解析のための方程式を系統的に導出する手法を述べる. また, 回路が特定の条件を満たす場合に電圧及び電流の変数の数を低減して回路解析を効率化する手法を述べる.

【本章の構成】

本章では回路のグラフ表現と行列表現 (2-1 節), キルヒホッフの法則とカットセット及び閉路 (2-2 節), 基本回路方程式 (2-3 節), カットセット解析と節点解析 (2-4 節), 閉路解析と網目解析 (2-5 節), 混合解析 (2-6 節), 修正節点解析 (2-7 節) に関して述べる.

1 群 - 4 編 - 2 章

2-1 回路のグラフ表現と行列表現

(執筆者: 伊藤和人) [2018 年 5 月 受領]

回路内素子の本質的な接続状況を簡潔に表す手法として、回路のグラフ表現と行列表現が用いられる。これらは、回路内電圧と電流の関係式の簡潔な記述を可能とするほか、回路解析を行う計算機プログラムにおけるデータ構造として適している。

2-1-1 回路のグラフ表現

グラフ (Graph) は、1 個以上の節点 (Node) と 2 つの節点を結ぶ枝 (Edge) から成る。グラフの節点数を η 、枝数を λ で表す。枝は回路を構成する二端子回路素子 (受動素子、電圧源、電流源)、または多端子対素子 (変成器など) の 1 つの端子対を表し、節点は素子端子同士の接続を表す。例えば、図 2・1 (a) に示す回路を表現するグラフを図 2・1 (b) に示す。グラフ理論では枝は本来単純な線で描き表すが、図 2・1 (b) のグラフでは各枝が対応する回路素子を明示するため枝上に回路素子記号を重ねて表記している。図 2・1 (a) の回路には、3 個の受動素子 R_1, R_2, R_3 、1 個の電圧源 E_1 、2 個の電流源 J_1, J_2 があり、この回路のグラフ表現は 6 本の枝を有する。 k 番目の受動素子の枝を e_k と表す。電圧源 E_k は、電圧を E_k で表すとともにグラフの枝を表す。電流源 J_k についても同様とする。また、節点は 4 個あり、図 2・1 (b) では 1 から 4 までの名前を付している。

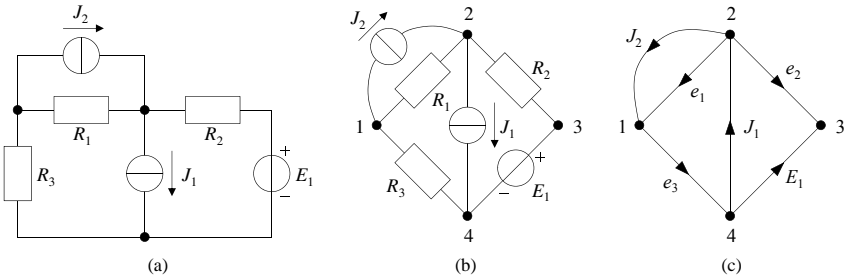


図 2・1 回路とそのグラフ表現

回路解析では電圧と電流の向きが重要であり、諸法則において電圧と電流を考慮する際にその向きに一貫性を持たせるために、回路のグラフ表現で回路素子を表す枝に向きを定める。回路素子とその電圧と電流の向き、ならびにグラフにおける枝の向きの関係を図 2・2 に示す。図 2・2 では、矢印によって電流の向きを示し、+ と - の記号によって電圧の向きを示している。なお、図 2・2 では、枝はすべて上から下へ向かう向きである。

受動素子 e_k については電流 i_k の向きを枝の向きとする。受動素子 e_k の - 側端子に対する + 側端子の電圧を v_k とし、枝の上側が + 側端子、下側が - 側端子となる。電圧源 E_a では、変数である電流 I_a の向きを基準に枝の向きを定める。電圧源の + 側端子から電流が流れ出ると考え、枝の下側が + 側端子、上側が - 側端子となる。電流源 J_b では、変数である電圧 V_b を基準に枝の向きを定める。すなわち、枝の上側が + 側端子、下側が - 側端子とし、電流源の + 側端子から電流が流れ出ると考え、電流は下から上へ向かう向きとなる。

図 2・1 (b) のグラフについて、枝の向きを定めた結果を図 2・1 (c) に示す．受動素子の電圧，電流の向きは任意に定めてよく，したがって受動素子を表す枝の向きは任意に定めてよい．図 2・1 (c) は受動素子枝向きの一例を示している．一方，電圧源，電流源を表す枝の向きは与えられた回路に従って一意に定まる．

なお，図 2・2 で示した枝の向きの定め方は一例であり，電圧源の電圧，電流源の電流の向きを枝の向きとする方法もある．枝の向きの定め方は任意であるが，重要なことは，いったん定めた枝の向きは一貫して用いることである．

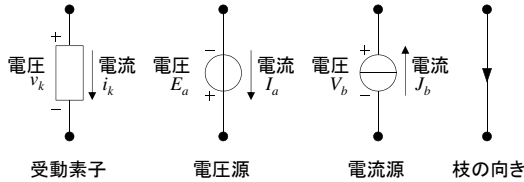


図 2・2 素子の電圧・電流と枝の向き

2-1-2 回路の行列表現

前節で述べた回路のグラフ表現に基づいて，主に枝の接続の様子を行列形式で表す．

(1) 接続行列と既約接続行列

接続行列 (Incidence Matrix) は，節点に注目して，節点に接続する枝の有無を行ベクトルとして書き表したものである．図 2・1 (a) の回路のグラフ (図 2・1 (c)) に基づき得られた接続行列 A を式 (2・1) に示す．

$$A = \begin{matrix} & e_1 & e_2 & e_3 & E_1 & J_1 & J_2 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} & , & A_r = \begin{matrix} & e_1 & e_2 & e_3 & E_1 & J_1 & J_2 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (2\cdot1)$$

接続行列の行数はグラフの節点数と等しく，第 n 行が節点 n に対応する． n 行 k 列要素は，節点 n と枝 k の接続状況を表し，節点に枝が入るとき 1，節点から枝が出るとき -1，枝が接続されていないとき 0 となる．

接続行列の全行ベクトルは一次従属となる．任意に節点を 1 つ選び，その節点に対応する行を除去して既約接続行列 (Reduced Incidence Matrix) を作ると，全行ベクトルは一次独立となる． A から節点 4 に対応する行を削除して得た既約接続行列 A_r を式 (2・1) に示す．

(2) カットセット行列と閉路行列

グラフのカットセット (Cut Set) は，グラフから除去するとグラフが非連結になる極小の枝集合である．グラフのある節点 (始点) から途中同じ節点を通らずに接続する枝を順に通って他の節点 (終点) に到達するときの枝集合を道 (Path) という．始点と終点と同じ道をグラフの閉路 (Circuit) という．一般にカットセットと閉路は複数存在する．すべてのカットセットを列挙して，枝の向きを考慮してカットセットが含む枝を行ベクトルで表現したもの

をカットセット行列 (Cut Set Matrix) という。また、すべての閉路を列挙して、枝の向きを考慮して閉路が含む枝を行ベクトルで表現したものを閉路行列 (Circuit Matrix) という。カットセットと閉路にそれぞれ向きを定め、同じ向きの枝は 1、逆向きの枝は -1 をベクトル要素とする。図 2・1 (a) の回路のグラフ (図 2・1 (c)) に基づき得られたカットセット行列 C_A 、閉路行列 B_A を式 (2・2) に示す。

$$C_A = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 & e_3 & E_1 & J_1 & J_2 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad B_A = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 & e_3 & E_1 & J_1 & J_2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2\cdot2)$$

C_A の各行は第 1 行から順に節点を、部分節点集合 {1} と部分節点集合 {2,3,4}, {2} と {1,3,4}, {3} と {1,2,4}, {4} と {1,2,3}, {1,2} と {3,4}, {1,4} と {2,3} にそれぞれ分離するカットセットを表している。また、 B_A の各行は第 1 行から順に閉路 $\{e_1, J_2\}$, $\{e_1, e_3, J_1\}$, $\{e_1, e_3, E_1, e_2\}$, $\{e_2, J_2, e_3, E_1\}$, $\{e_2, J_1, E_1\}$, $\{e_3, J_1, J_2\}$ を表している。

カットセット行列の全行ベクトルは一次従属となることがある。例えば、式 (2・2) に示すカットセット行列 C_A は、第 3 行、第 4 行、第 5 行の行ベクトルの和がゼロベクトルとなり、これら行ベクトルは一次従属である。また、閉路行列の全行ベクトルは一次従属となることがある。

(3) 基本カットセット行列と基本閉路行列

グラフの木 (Tree) は、すべての節点を連結とする極小枝集合から成る部分グラフである。木の枝数は $\rho = \eta - 1$ であり、これをグラフの階数 (Rank) という。木枝集合は閉路を含まない。グラフ (図 2・1 (c)) の木の一例を図 2・3 に示す。図 2・3 では木枝を太線で示している。木枝以外の枝を補木枝 (Chord) という。補木枝の数は $\mu = \lambda - \eta + 1$ であり、これをグラフの零度 (Nullity) という。

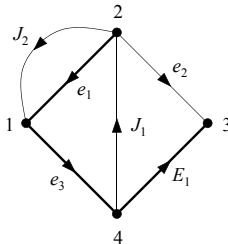


図 2・3 木 (すべての節点と太線で示す枝の集合)

木枝を 1 本だけ含み、その他は補木枝であるカットセットを基本カットセット (Fundamental Cut Set) という。また、補木枝を 1 本だけ含み、その他は木枝である閉路を基本閉路 (Fundamental Circuit) という。基本カットセットが含む木枝の向き、基本閉路が含む補木枝の向きをそれ

ぞれ基本カットセットの向き，基本閉路の向きとする．与えられた木について，全 ρ 個の基本カットセットを列挙して枝の向きを考慮して行ベクトルで表現したものを基本カットセット行列 (Fundamental Cut Set Matrix) という．また，全 μ 個の基本閉路を列挙して枝の向きを考慮して行ベクトルで表現したものを基本閉路行列 (Fundamental Circuit Matrix) という．図 2・3 の木について得た基本カットセット行列 C ，基本閉路行列 B を式 (2・3) に示す．

$$C = \begin{pmatrix} e_1 & e_2 & e_3 & E_1 & J_1 & J_2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} e_1 & e_2 & e_3 & E_1 & J_1 & J_2 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2\cdot3)$$

また，枝の並びを木枝，補木枝の順として書き直した基本カットセット行列 C' ，基本閉路行列 B' を式 (2・4) に示す．

$$C' = \begin{pmatrix} e_1 & e_3 & E_1 & e_2 & J_1 & J_2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B' = \begin{pmatrix} e_1 & e_3 & E_1 & e_2 & J_1 & J_2 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2\cdot4)$$

C' の木枝対応部分行列， B' の補木枝対応部分行列はそれぞれ ρ 次， μ 次の単位行列となる．これから分かるように基本カットセット，基本閉路はそれぞれ一次独立であり，任意のカットセット，閉路はそれぞれ基本カットセット，基本閉路の一次結合で表せる．

1 群 - 4 編 - 2 章

2-2 キルヒホッフの法則とカットセット及び閉路

(執筆者：伊藤和人) [2018 年 5 月 受領]

回路の受動素子数，電圧源数，電流源数をそれぞれ r, p, q とする．受動素子 e_k の電圧を v_k ，電流を i_k ($k = 1, 2, \dots, r$)，電圧源の電圧を E_a ，電流を I_a ($a = 1, 2, \dots, p$)，電流源の電圧を V_b ，電流を J_b ($b = 1, 2, \dots, q$) と表す．

キルヒホッフの電流則 (Kirchhoff's Current Law: KCL) は，節点に流れ込む電流の総和が 0 であることを制約する．これは，カットセットの枝の電流の総和が 0 となる制約に一般化される．また，キルヒホッフの電圧則 (Kirchhoff's Voltage Law: KVL) は，閉路に沿った枝電圧の総和が 0 であることを制約する．KCL は，カットセットを表すベクトルと枝電流を要素とするベクトルを用いてその内積が 0 として表せる．したがって，カットセット行列と枝電流ベクトルの積は零ベクトルになる．また KVL は，閉路を表すベクトルと枝電圧を要素とするベクトルを用いてその内積が 0 として表せる．したがって，閉路行列と枝電圧ベクトルの積は零ベクトルになる．図 2・1 (b) の回路について，図 2・1 (c) のように枝向きを定めたとときの KCL を式 (2・5)，KVL を式 (2・6) に示す．

$$\begin{matrix} e_1 & e_2 & e_3 & E_1 & J_1 & J_2 \\ \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ I_1 \\ -J_1 \\ -J_2 \end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (2\cdot5)$$

$$\begin{matrix} e_1 & e_2 & e_3 & E_1 & J_1 & J_2 \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ -E_1 \\ V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (2\cdot6)$$

式 (2・5) で電流源の電流 (J_1, J_2)，式 (2・6) で電圧源の電圧 (E_1) に負号がついているのは，図 2・2 に示すように枝の向きを定めた結果，電流源では電流の向き，電圧源では電圧の向きが受動素子と比べて逆になることによる．

回路素子の電圧，電流を要素とするベクトルを式 (2・7) のように定義する． v, i, I, V は変数 (未知量) であり， E, J は駆動量 (既知量) である．

$$v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_r \end{pmatrix}, \quad i = \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_r \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_p \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_p \end{pmatrix}, \quad V = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_q \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_q \end{pmatrix} \quad (2\cdot7)$$

カットセット行列（基本カットセット行列）、閉路行列（基本閉路行列）を書き下すときの枝の並びを受動素子、電圧源、電流源の順とすれば、KCL、KVL は以下の式 (2・8) で書き表せる。

$$C \begin{pmatrix} i \\ I \\ -J \end{pmatrix} = \mathbf{0}, \quad B \begin{pmatrix} v \\ -E \\ V \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (2 \cdot 8)$$

1 群 - 4 編 - 2 章

2-3 基本回路方程式

(執筆者: 伊藤 和人) [2018 年 5 月受領]

受動素子 e_k のインピーダンスを z_k , アドミタンスを y_k とし, 行列 Z_d, Y_d を式 (2.9) のように定義する.

$$Z_d = \begin{pmatrix} z_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & z_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & z_{r-1} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & z_r \end{pmatrix}, \quad Y_d = \begin{pmatrix} y_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & y_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & y_{r-1} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & y_r \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

このときオームの法則及び他の素子法則に基づいて電圧, 電流の関係は以下の式 (2.10) で表される. ただし, \mathbf{v}, \mathbf{i} は式 (2.7) で定義した受動素子電圧, 電流ベクトルとする.

$$\mathbf{v} = Z_d \mathbf{i}, \quad \text{または} \quad \mathbf{i} = Y_d \mathbf{v} \quad (2.10)$$

回路のグラフ中に 1 つの木を定め, この木に関する基本カットセット行列 C , 基本閉路行列 B を, 列が受動素子, 電圧源, 電流源の順となるように作る. C の受動素子, 電圧源, 電流源に対応する部分行列をそれぞれ C_R, C_E, C_J と表す. B についてもそれぞれ B_R, B_E, B_J と表す. これらの行列と式 (2.7) の変数ベクトル, 駆動量ベクトルを用いて KCL, KVL は式 (2.11) のように表せる.

$$(C_R \ C_E) \begin{pmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix} = C_J \mathbf{J}, \quad (B_R \ B_J) \begin{pmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{V} \end{pmatrix} = B_E \mathbf{E} \quad (2.11)$$

式 (2.10) の素子法則と式 (2.11) の KCL, KVL は同時に成り立つことが求められ, 連立方程式として式 (2.12) 及び式 (2.13) に示す基本回路方程式を得る. ここで $0, U$ はそれぞれ適当な大きさの零行列, 単位行列を表す.

$$\begin{pmatrix} C_R & C_E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_R & B_J \\ Z_d & 0 & -U & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{I} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{V} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_J & 0 \\ 0 & B_E \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{J} \\ \mathbf{E} \end{pmatrix} \quad \text{または} \quad (2.12)$$

$$\begin{pmatrix} C_R & C_E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_R & B_J \\ -U & 0 & Y_d & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{I} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{V} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_J & 0 \\ 0 & B_E \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{J} \\ \mathbf{E} \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

変数は $2r + p + q = \lambda + r$ 個, 方程式は $\rho + \mu + r = \lambda + r$ 個存在し, 変数と方程式の数は一致する. 更に次の電源条件が成立すれば基本回路方程式の係数行列は正則であることが容易に示され, 基本回路方程式の解, すなわち回路中の電圧, 電流は一意に定まる.

電源条件: 電圧源だけから成る閉路, 電流源だけから成るカットセットは存在しない.

図 2・1 (a) の回路について, グラフの木を図 2・3 のように定めたとき, 式 (2・12) の形式の基本回路方程式を式 (2・14) に示す.

$$\begin{pmatrix}
 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \hline
 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 \hline
 z_1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & z_2 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & z_3 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0
 \end{pmatrix}
 \begin{pmatrix}
 i_1 \\
 i_2 \\
 i_3 \\
 \hline
 I_1 \\
 v_1 \\
 v_2 \\
 \hline
 v_3 \\
 V_1 \\
 V_2
 \end{pmatrix}
 =
 \begin{pmatrix}
 -1 & 1 & 0 \\
 -1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 \\
 \hline
 0 & 0 & -1 \\
 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 \\
 \hline
 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0
 \end{pmatrix}
 \begin{pmatrix}
 J_1 \\
 J_2 \\
 \hline
 E_1
 \end{pmatrix}
 \quad (2\cdot14)$$

基本回路方程式はガウス消去法などを用いて解くことができるが, 計算量は変数の数に応じて増加するので変数は少ないことが望ましい. 与えられた回路中の電源が所定の条件を満たす場合には, カットセット解析または閉路解析が利用でき, 基本回路方程式よりも少ない変数の方程式を解いて所望の電圧, 電流を得ることができる.

2-3-1 変成器と従属電源の考慮

回路が変成器あるいは従属電源を含む場合にも基本回路方程式を修正して回路解析を行うことができる. ただし, 電源条件を満たしていても係数行列の正則性は自動的に保障されないため, 個別に回路方程式の可解性を判定する必要がある.

(1) 変成器

密結合でない変成器 (Transformer) は, 図 2・4 に示すように電圧, 電流を定めると, 式 (2・15) 及び式 (2・16) に示すようにインピーダンス行列またはアドミタンス行列を用いて電圧, 電流の関係を表すことができる.

$$\begin{pmatrix} v_s \\ v_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{ss} & z_{st} \\ z_{ts} & z_{tt} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_s \\ i_t \end{pmatrix} \quad (2\cdot15)$$

$$\begin{pmatrix} i_s \\ i_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{ss} & y_{st} \\ y_{ts} & y_{tt} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_s \\ v_t \end{pmatrix} \quad (2\cdot16)$$

これら行列の要素を式 (2・9) に示す Z_d, Y_d の適切な位置の要素とすることで, 変成器を含む回路の基本回路方程式が得られる.

密結合変成器 (Tightly Coupled Transformer) は, 図 2・5 (a) のように単体の場合にはインピーダンス行列は存在するがその行列式は 0 であるためアドミタンス行列は存在しない. 図 2・5 (b) または図 2・5 (c) に示すように直列に接続する受動素子を組み合わせると電圧, 電流の関係を求めると, 式 (2・16) のようにアドミタンス行列を用いて電圧, 電流の関係を表すことができる. したがって, 回路が密結合変成器を含む場合は, 図 2・5 (b)(c) のいずれかのように直列に接続する受動素子を統合して電圧, 電流を変数として基本回路方程式を得る. 元の

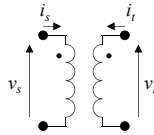


図 2・4 変成器

回路で都合よく変成器に直列に接続する受動素子が存在しない場合には、Y-変換などにより所望の素子配置となるように回路を等価変換する。

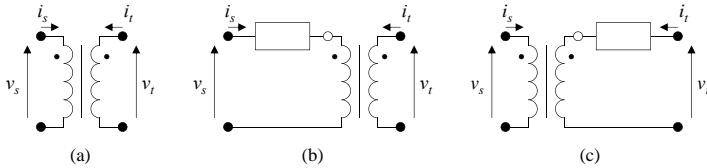


図 2・5 (a) 密結合変成器, (b)(c) 直列接続する受動素子を統合

理想変成器 (Ideal Transformer) では、インピーダンス行列、アドミタンス行列とも存在しないが、図 2・6 に示すように受動素子を直列に接続するとアドミタンス行列、並列に接続するとインピーダンス行列を用いて電圧、電流の関係を表せる。したがって、必要に応じて Y-変換などを施して図 2・6 に示すように受動素子を理想変成器に統合できれば基本回路方程式が得られる。なお、図 2・6 では受動素子を変成器の左側端子に組み合わせているが、右側端子に組み合わせてもよく、左側端子の場合と同様に直列接続の場合はアドミタンス行列、並列接続の場合はインピーダンス行列が得られる。

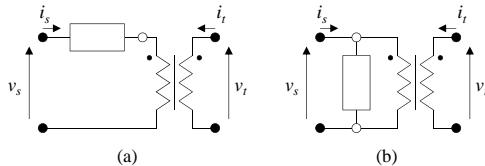


図 2・6 理想変成器と受動素子の統合。(a) 直列接続, (b) 並列接続

(2) 従属電源

独立電圧源、独立電流源の駆動量は定数であり、基本回路方程式の右辺で参照される。一方、従属電圧源の電圧、従属電流源の電流は回路中の変数の一次式で表され、その一次式係数を基本回路方程式の左辺に埋め込むことで従属電源を含む回路の解析が可能となる。式 (2・14) に示す基本回路方程式を式 (2・17) のように書き表す。

$$A \begin{pmatrix} i \\ I \\ v \\ V \end{pmatrix} = D \begin{pmatrix} J \\ E \end{pmatrix} \tag{2・17}$$

電流制御電流源 (Current Controlled Current Source : CCCS) では, 当該電流源 J_b が定数 β を用いて受動素子電流 i_k または電圧源電流 I_a により

$$J_b = \beta i_k, \quad \text{または} \quad J_b = \beta I_a \quad (2\cdot18)$$

と表される. この関係を基本回路方程式の左辺 (LHS) に埋め込むとともに J_b を右辺 (RHS) から除去するため次の操作を施す. すなわち, 行列 D の J_b に対する列を b とすれば, 行列 D の n 行 b 列要素を d_{nb} として, $-d_{nb}$ を加えてその要素を 0 とするとともに, $J_b = \beta i_k$ の場合は行列 A の i_k に対する列の n 行要素に $-d_{nb}\beta$ を加え, $J_b = \beta I_a$ の場合は行列 A の I_a に対する列の n 行要素に $-d_{nb}\beta$ を加える. この操作をスタンプと呼び, スタンプによって行列要素に加算する値を表 2・1 に示す.

表 2・1 電流制御電流源 (CCCS) のスタンプルール

| | LHS | | RHS | |
|-----|----------------|----------------|-----------|--------------------------|
| | i_k | I_a | J_b | |
| n | $-d_{nb}\beta$ | 0 | $-d_{nb}$ | ($J_b = \beta i_k$ の場合) |
| n | 0 | $-d_{nb}\beta$ | $-d_{nb}$ | ($J_b = \beta I_a$ の場合) |

スタンプ後に行列 D の b 列の要素はすべて 0 となるので, D から b 列を削除するとともに駆動量 J_b も削除する.

電流制御電圧源 (Current Controlled Voltage Source : C CVS) では, 当該電圧源 E_a が定数 γ を用いて受動素子電流 i_k または電圧源電流 I_b により

$$E_a = \gamma i_k, \quad \text{または} \quad E_a = \gamma I_b \quad (2\cdot19)$$

と表されるとき, 行列 D の E_a に対する列を a とすれば, n 行 a 列要素を d_{na} として, 各行 n に表 2・2 に示すスタンプを施す.

表 2・2 電流制御電圧源 (CCVS) のスタンプルール

| | LHS | | RHS | |
|-----|-----------------|-----------------|-----------|---------------------------|
| | i_k | I_b | E_a | |
| n | $-d_{na}\gamma$ | 0 | $-d_{na}$ | ($E_a = \gamma i_k$ の場合) |
| n | 0 | $-d_{na}\gamma$ | $-d_{na}$ | ($E_a = \gamma I_b$ の場合) |

電圧制御電流源 (Voltage Controlled Current Source : VCCS) では, 当該電流源 J_b が回路中の 2 つの節点 s, t の電位差 v_{st} と定数 g を用いて $J_b = gv_{st}$ と表される. 節点 s から節点 t へ到達する道を P_{st} とすれば, 枝の向きを考慮した P_{st} 上の枝の電圧総和として v_{st} が得られる. したがって, 行列 D の J_b に対する列を b とすれば, n 行 b 列要素を d_{nb} として, 各行 n に表 2・3 に示すスタンプを施す. なお, ‘±’ は, P_{st} の向きと枝の電圧の向きを考慮して加算と減算を適宜選択することを意味する.

電圧制御電圧源 (Voltage Controlled Voltage Source : VCVS) では, 当該電圧源 E_a が回路中の 2 つの節点 s, t の電位差 v_{st} と定数 μ を用いて $J_b = \mu v_{st}$ と表される. 行列 D の E_a に対する列を a とすれば, n 行 a 列要素を d_{na} として, 各行 n に表 2・4 に示すスタンプを施す.

表 2・3 電圧制御電流源 (VCCS) のスタンプルール

| | LHS | | RHS | |
|-----|------------------|------------------|-----------|------------------|
| | $v_k \in P_{st}$ | $V_m \in P_{st}$ | J_b | $E_a \in P_{st}$ |
| n | $\pm d_{nb}g$ | $\pm d_{nb}g$ | $-d_{nb}$ | $\pm d_{nb}g$ |

表 2・4 電圧制御電圧源 (VCVS) のスタンプルール

| | LHS | | RHS | |
|-----|------------------|------------------|------------------|-----------|
| | $v_k \in P_{st}$ | $V_m \in P_{st}$ | $J_b \in P_{st}$ | E_a |
| n | $\pm d_{na}\mu$ | $\pm d_{na}\mu$ | $\pm d_{na}g$ | $-d_{na}$ |

例として、図 2・1(a) に示す回路において電流源 J_1 が CCCS であり $J_1 = \beta i_1$ 、電圧源 E_1 が VCVS であり節点 3 と節点 1 の電位差 v_{31} を用いて $E_1 = \mu v_{31}$ である場合に、基本回路方程式にスタンプを施し、更に J_1, E_1 、及び行列 D の対応する列を削除した結果を式 (2・20) に示す。ただし、道 P_{31} として枝集合 $\{e_2, J_1, e_3\}$ を用い、 $v_{31} = -v_2 - V_1 - v_3$ としている。

$$\begin{pmatrix}
 1+\beta & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \beta & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1-\mu & -1-\mu & -\mu & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 z_1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & z_2 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & z_3 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0
 \end{pmatrix}
 \begin{pmatrix}
 i_1 \\
 i_2 \\
 i_3 \\
 J_1 \\
 v_1 \\
 v_2 \\
 v_3 \\
 V_1 \\
 V_2
 \end{pmatrix}
 =
 \begin{pmatrix}
 1 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{pmatrix}
 J_2 \tag{2・20}$$

1 群 - 4 編 - 2 章

2-4 カットセット解析と節点解析

(執筆者：伊藤 和人) [2018 年 5 月 受領]

回路中の電源が電流源のみであり，電流源枝が木を形成するとき，カットセット解析 (Cut Set Analysis) が可能である．既存の電流源のみで木を形成しないときは，電流値が 0 の電流源を適切に追加して木を形成する．例として，図 2・7 (a) に示す回路について電流源 J_3 を追加して木を形成したグラフを図 2・7 (b) に示す．木枝を太線で示す．

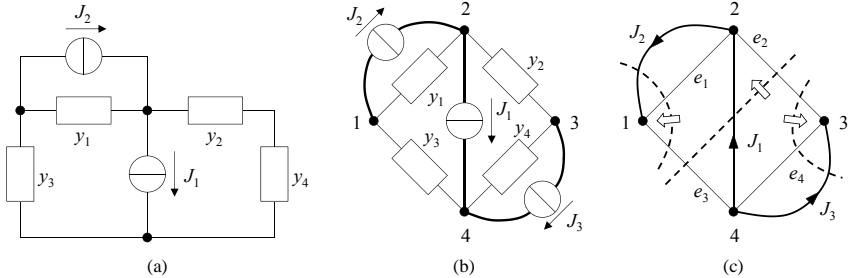


図 2・7 カットセット解析

カットセット解析では木枝 (電流源) 電圧を変数，木枝電流を駆動量とする方程式が立てられる．その係数行列であるアドミタンス行列は $C_R Y_d C_R^T$ として得ることができるが，グラフ理論的操作によって得ることもできる．すなわち， kk 要素は木枝である電流源 J_k の基本カットセットに含まれる受動素子アドミタンス和となる． kn 要素は電流源 J_k, J_n の基本カットセットに共通して含まれる受動素子アドミタンス和に，2 つの基本カットセットの向きが不一致のとき負号を付けたものとなる．図 2・7 (c) に各木枝 (太線) が定める基本カットセットを破線で示す．破線と交差する枝が各カットセットに含まれることを意味する．また，木枝の向きを基本カットセットの向きとし，白抜き矢印で示している．図 2・7 (a) の回路のカットセット解析方程式を式 (2・21) に示す．

$$\begin{pmatrix} y_2 + y_3 & y_3 & -y_2 \\ y_3 & y_1 + y_3 & 0 \\ -y_2 & 0 & y_2 + y_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 = 0 \end{pmatrix} \tag{2-21}$$

カットセット解析方程式を解くことで電流源の電圧が得られる．電流源は木を形成することから任意の節点間の電圧が求まり，受動素子の電圧を知ることができる．

節点解析 (Nodal Analysis) はカットセット解析の一種であり，節点電圧を変数とする方程式を用いる．回路中の 1 つの節点を選び基準節点 ζ とし， ζ と他の節点を結ぶ電流源を木枝とする星状木を用いる．このとき基本カットセットは，1 つの節点と他の節点を分離するカットセットとなる．星状木の作成手順は以下の通りである．まず図 2・8 (a) に示すように ζ 以外の 2 節点 k, n 間に存在する電流源は，図 2・8 (b) に示すように k, ζ 間，及び n, ζ 間の 2 つの電流源に等価変換する．複数個の電流源が並列となれば，和電流の単一電流源に置換する．最後に節点 k と ζ の間に電流源が存在しなければ，電流値 0 の電流源を追加する．

電流源は各節点から ζ に向かう向き（電流が各節点に流入する向き）とする．例として，図 2・7 (a) の回路について節点解析するときのグラフを図 2・9 に示す．ここで電流源の電流値は $j_1 = -J_2$, $j_2 = J_2 - J_1$, $j_3 = 0$ である．

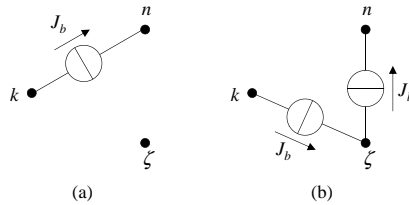


図 2・8 基準節点以外の節点間に存在する電流源の等価変換

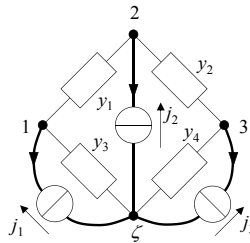


図 2・9 節点解析におけるグラフ

通常のカットセット解析と同様に，節点解析方程式のアドミタンス行列の各要素は，グラフ理論的操作によって求められる．すなわち， kk 要素は節点 k に接続する受動素子アドミタンス和となる． kn 要素は節点 k, m 間に接続する受動素子アドミタンス和に負号を付けたものとなる．図 2・9 の回路の節点解析方程式を式 (2・22) に示す．

$$\begin{pmatrix} y_1 + y_3 & -y_1 & 0 \\ -y_1 & y_1 + y_2 & -y_2 \\ 0 & -y_2 & y_2 + y_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} j_1 (= -J_2) \\ j_2 (= J_2 - J_1) \\ j_3 (= 0) \end{pmatrix} \tag{2・22}$$

方程式の解は基準節点に対する全節点の電圧であり，節点電圧の差として受動素子の電圧を求めることができる．

節点解析の利点の 1 つは，方程式の解として節点電圧が直接求まることである．回路に電圧源を含む場合や，一部の枝電流を直接求めたい場合には節点解析を拡張した修正節点解析 (Modified Nodal Analysis) が利用できる．修正節点解析の詳細は 4-7 節で述べる．

1 群 - 4 編 - 2 章

2-5 閉路解析と網目解析

(執筆: 伊藤 和人) [2018 年 5 月 受領]

回路中の電源が電圧源のみであり、電圧源枝以外のすべての受動素子枝が木を形成するとき、閉路解析 (Circuit Analysis) が可能である。受動素子枝のみで木を形成しないときは、電圧値が 0 の電圧源を適切に挿入して受動素子枝のみから成る木を形成する。例として、図 2・10 (a) に示す回路について電圧源 E_3 を挿入して木を形成したグラフを図 2・10 (b) に示す。

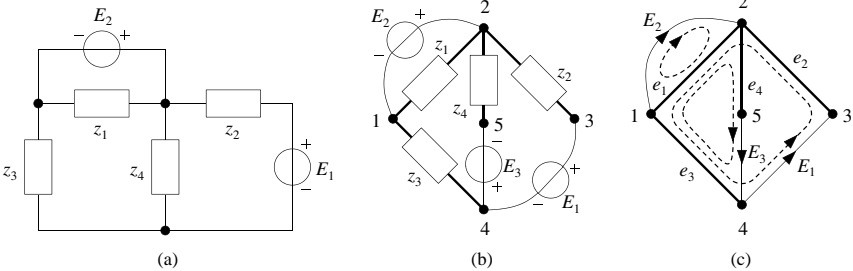


図 2・10 閉路解析

閉路解析では補木枝 (電圧源) 電流を変数、補木枝電圧を駆動量とする方程式が立てられる。そのインピーダンス行列は $B_R Z_d B_R^t$ として得ることができるが、グラフ理論的操作によって得ることもできる。すなわち、 kk 要素は補木枝である電圧源 E_k の基本閉路に含まれる受動素子インピーダンス和となる。 kn 要素は電圧源 E_k, E_n の基本閉路に共通して含まれる受動素子インピーダンス和に、2 つの基本閉路の向きが不一致のとき負号を付けたものとなる。図 2・10 (c) に木枝を太線で、また各補木枝が定める基本閉路を破線で示す。補木枝の向きを基本閉路の向きとし、矢印の向きで示している。図 2・10 (a) の回路の閉路解析方程式を式 (2・23) に示す。

$$\begin{pmatrix} z_1 + z_2 + z_3 & z_1 & -z_1 - z_3 \\ & z_1 & -z_1 \\ -z_1 - z_3 & -z_1 & z_1 + z_3 + z_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 = 0 \end{pmatrix} \quad (2 \cdot 23)$$

閉路解析方程式を解くことで電圧源の電流、すなわち基本閉路を環流する電流が得られ、ここから受動素子の電流を知ることができる。

網目解析 (Mesh Analysis) は回路のグラフが平面グラフの場合に適用可能な回路解析手法である。ここで平面グラフとは、二次元平面上に枝が互いに交差することなく描画可能なグラフである。平面グラフを平面上に描画したとき、平面は有限の広がりを持つ幾つかの領域と無限の広がりを持つ外部領域に分けられる。このとき、外部領域を除く各領域の縁を形成する閉路を網目 (Mesh) という。例として、図 2・10 (a) の回路に対するグラフの網目を図 2・11 に示す。

回路中の電源が電圧源のみのとき、網目 k を環流する網目電流 m_k を未知量として方程式が立てられる。この方程式の係数行列である網目インピーダンス行列の各要素は、グラフ理

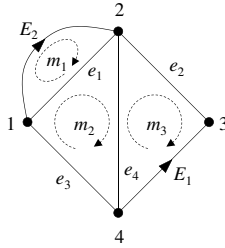


図 2・11 平面グラフの網目

論的操作によって求められる．すなわち， kk 要素は網目 k に含まれる受動素子インピーダンス和となる． kn 要素は網目 k, n に共通して含まれる受動素子インピーダンス和に，2 つの網目の向きが不一致のとき負号を付けたものとなる．駆動量は，各網目に含まれる電圧源の電圧値を向きを考慮して総和したものとなる．図 2・10 (a) の回路について図 2・11 に示す網目に基づいて得られる網目解析方程式を式 (2・24) に示す．

$$\begin{pmatrix} z_1 & -z_1 & 0 \\ -z_1 & z_1 + z_3 + z_4 & -z_4 \\ 0 & -z_4 & z_2 + z_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_2 \\ 0 \\ -E_1 \end{pmatrix} \quad (2 \cdot 24)$$

受動素子，電圧源を流れる電流は，グラフの対応する枝を流れる網目電流の向きを考慮した和として求めることができる．

1 群 - 4 編 - 2 章

2-6 混合解析

(執筆者：伊藤 和人)[2018 年 5 月受領]

回路が電圧源を含まない場合にカットセット解析，電流源を含まない場合に閉路解析を用いることができ，これらは基本回路方程式よりも変数（未知量）の数が少ないため求解が容易である．回路が電圧源と電流源の両方を含み，カットセット解析や閉路解析が利用できない場合であっても，電源の配置が電源条件に加えて特定の条件を満たせば基本回路方程式よりも変数が少ない混合解析（Hybrid Analysis）が適用可能である．なお，カットセット解析と閉路解析は混合解析の特殊な（電圧源が存在しない，または電流源が存在しない）場合と考えることができる．

混合解析可能な回路の条件を以下に示す．

- 回路の枝集合を Y 部と Z 部に二分できる．
- 電流源は Y 部に属して Z 部を除去したグラフで木を形成する．
- 電圧源は Z 部に属して Y 部を短絡したグラフで補木枝となる．

混合解析可能な回路のグラフの例を図 2・12(a) に示す．電源のみ素子記号を枝上に重ねて表示し，更に電源枝のみ枝向きを示している．木枝を太線で表す．枝集合の Y 部は $\{J_1, J_2, J_3, y_1, y_2, y_3\}$ であり，Z 部は $\{E_1, E_2, z_4, z_5\}$ である．Z 部を除去したグラフを図 2・12(b)，Y 部を短絡したグラフを図 2・12(c) に示す．

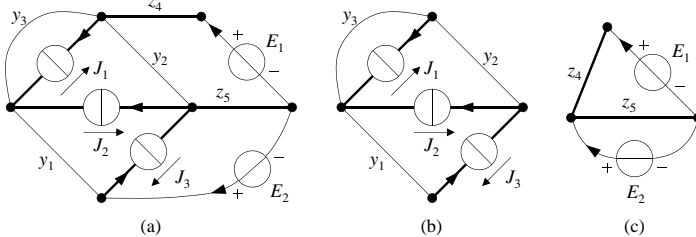


図 2・12 (a) 混合解析可能な回路グラフ，(b) Z 部を除去，(c) Y 部を短絡

与えられた回路が混合解析の条件を満たさない場合には，電圧値 0 の電圧源の挿入または電流値 0 の電流源の追加により条件を満たすように回路を変更して混合解析を可能とすることができる．

電圧源の電圧・電流，電流源の電圧・電流を式 (2・7) のようにそれぞれベクトル E, I, V, J と表すとき混合解析方程式の一般形を式 (2・25) に示す．

$$\begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V \\ I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J \\ E \end{pmatrix} \quad (2 \cdot 25)$$

ここで，部分行列 H_{11} は Z 部を除去したグラフのカットセット解析アドミタンス行列， H_{22} は Y 部を短絡したグラフの閉路解析インピーダンス行列である． H_{12} の b 行 a 列要素は，電流源 J_b の基本カットセットに電圧源 E_a が同向きに含まれるとき 1，逆向きに含まれるとき

-1, 含まれないとき 0 となる。また, H_{21} の a 行 b 列要素は, 電圧源 E_a の基本閉路に電流源 J_b が同向きで含まれるとき 1, 逆向きで含まれるとき -1, 含まれないとき 0 となる。電源がすべて独立電源ならば, H_{12} と H_{21} には式 (2.26) の関係が成り立つ。

$$H_{21} = -H_{12}^t \quad (2.26)$$

例として, 図 2.12(a) に示す回路の混合解析方程式を式 (2.27) に示す。ただし, V_k ($k = 1, 2, 3$) は電流源 J_k の電圧, I_n ($n = 1, 2$) は電圧源 E_n の電圧, y_1, y_2, y_3 はアドミタンス, z_4, z_5 はインピーダンスとする。

$$\left(\begin{array}{ccc|cc} y_2 + y_3 & -y_2 & 0 & -1 & 0 \\ -y_2 & y_1 + y_2 & y_1 & 1 & 0 \\ 0 & y_1 & y_1 & 0 & -1 \\ \hline 1 & -1 & 0 & z_4 + z_5 & z_5 \\ 0 & 0 & 1 & z_5 & z_5 \end{array} \right) \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ E_1 \\ E_2 \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

1 群 - 4 編 - 2 章

2-7 修正節点解析

(執筆者：伊藤 和人)[2018 年 5 月 受領]

節点解析は、電圧源を含まない回路について基準節点に対する各節点の電圧を解として導く。節点解析により節点電圧が定めれば、節点電圧の差として受動素子の電圧が得られ、更に素子法則によって受動素子の電流が得られる。節点電圧に加えて一部の素子電流も回路方程式の変数とし、回路解析の解として直接値が得られるように節点解析を拡張することができ、これを修正節点解析 (Modified Nodal Analysis) という。修正節点解析では電流を変数 (未知量) として扱えることから、独立電圧源や電流制御従属電源を含む回路にも適用可能である。SPICE 系回路シミュレータでは修正節点解析を用いて節点電圧及び必要な枝電流を求めている。

修正節点解析方程式の一般形を式 (2・28) に示す。 X, J, i, f は列ベクトルとする。

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J \\ f \end{pmatrix} \tag{2・28}$$

変数ベクトル X の要素 X_m は、基準節点 ζ に対する節点 m の電圧を表す。駆動量ベクトル J の要素 J_m は、節点 m に流入する独立電流源電流の総和とする。 X, J の要素数はそれぞれ回路の基準節点を除く節点数 ρ に等しい。変数ベクトル i の要素は、解を必要とする受動素子電流または電圧源電流を表す。これら電流変数の数、すなわち i の要素数を σ とする。駆動量ベクトル f の要素数は σ に等しい。 i の要素 i_k が受動素子電流のとき、 f の要素 $f_k = 0$ とする。 i の要素 I_a が電圧源電流のとき、その電圧源が独立電圧源ならば f の要素 f_a はその電圧となる。従属電圧源の場合は $f_a = 0$ とする。以上より、式 (2・28) の左辺にある係数行列の部分行列 $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$ の大きさはそれぞれ $\rho \times \rho, \rho \times \sigma, \sigma \times \rho, \sigma \times \sigma$ となる。 A_{11} は節点解析におけるインピーダンス行列に相当し、グラフ理論的操作によって各要素を求めることもできるが、他の部分行列と同様に次に述べる操作によって要素値を求める。

まず、係数行列 $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$ 、駆動量ベクトル J, f の全要素を 0 に初期化する。回路の全素子について、素子種類に応じたスタンプルールに従って値を要素に加算する。この操作をスタンプという。なお以降では、図 2・13 に示すように受動素子は節点 s, t 間、変成器は節点 s, t, m, n 間、電圧源あるいは電流源は節点 m, n 間に接続するものとする。 s, t, m 、または n が基準節点 ζ の場合があるが、 ζ でない行、列のみスタンプする。

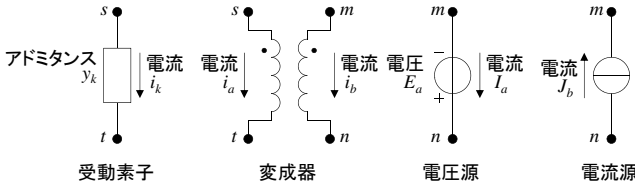


図 2・13 修正節点解析における素子の取扱い

(1) 受動素子

節点 s, t 間の受動素子アドミタンスを y_k とし、表 2・5 に示すように A_{11} の要素 ss, tt に

y_k , 要素 st, ts に $-y_k$ をスタンプする．また, A_{21} の要素 ks に y_k , 要素 kt に $-y_k$, A_{22} の要素 kk に -1 を加える．これは, $i_k = y_k(X_s - X_t)$ なる制約関係を方程式に組み込んでいる．電流 i_k が変数として不要ならば, 表 2・5 の最下行のスタンプは省略する．

表 2・5 受動素子のスタンプルール

| | X_s | X_t | i_k | RHS |
|-----|--------|--------|-------|-----|
| s | y_k | $-y_k$ | | |
| t | $-y_k$ | y_k | | |
| k | y_k | $-y_k$ | -1 | |

(2) 変成器

密結合でない変成器の節点 s, t 間電流を i_a , 節点 m, n 間電流を i_b とすれば, 式 (2・29) に示すようにアドミタンス行列により電圧, 電流の関係を表せる．

$$\begin{pmatrix} i_a \\ i_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{aa} & y_{ab} \\ y_{ba} & y_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_s - X_t \\ X_m - X_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{aa} & -y_{aa} & y_{ab} & -y_{ab} \\ y_{ba} & -y_{ba} & y_{bb} & -y_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_s \\ X_t \\ X_m \\ X_n \end{pmatrix} \quad (2\cdot29)$$

表 2・6 に変成器のスタンプルールを示す．これは, 例えば式 (2・29) に示す電流 i_a が節点 s から流出 (すなわち変成器に流入) することを表している．変成器の電流 i_a, i_b が変数として不要ならば, 表 2・6 の下 2 行及び電流 i_a, i_b の列のスタンプは省略する．

表 2・6 変成器のスタンプルール

| | X_s | X_t | X_m | X_n | i_a | i_b | RHS |
|-----|-----------|-----------|-----------|-----------|-------|-------|-----|
| s | y_{aa} | $-y_{aa}$ | y_{ab} | $-y_{ab}$ | | | |
| t | $-y_{aa}$ | y_{aa} | $-y_{ab}$ | y_{ab} | | | |
| m | y_{ba} | $-y_{ba}$ | y_{bb} | $-y_{bb}$ | | | |
| n | $-y_{ba}$ | y_{ba} | $-y_{bb}$ | y_{bb} | | | |
| a | y_{aa} | $-y_{aa}$ | y_{ab} | $-y_{ab}$ | -1 | | |
| b | y_{ba} | $-y_{ba}$ | y_{bb} | $-y_{bb}$ | | -1 | |

密結合変成器, 理想変成器については周囲の受動素子を統合してアドミタンス行列を得てスタンプする (本章 3・1 参照)．

(3) 独立電流源

独立電流源 J_b は表 2・7 に示すようにスタンプする．‘RHS’ は式 (2・28) の右辺にスタンプすることを意味する．

表 2・7 独立電流源のスタンプルール

| | RHS |
|-----|--------|
| m | J_b |
| n | $-J_b$ |

(4) 独立電圧源

独立電圧源 E_a は表 2・8 に示すようにスタンプする．すなわち， A_{12} の要素 ma に 1，要素 na に -1 を加える．また， A_{21} の要素 am に -1 ，要素 an に 1 を加え，更に RHS の相当する行に E_a を加える．これは $X_n - X_m = E_a$ なる制約関係を方程式に組み込んでいる．

表 2・8 独立電圧源のスタンプルール

| | X_m | X_n | I_a | RHS |
|-----|-------|-------|-------|-------|
| m | | | 1 | |
| n | | | -1 | |
| a | -1 | 1 | | E_a |

(5) 従属電源

電流制御電源の制御電流を i_k とし，従属電源の電圧電流が以下のように表されるとする．

電流制御電圧源: 電圧 $E_a = X_n - X_m = \gamma i_k \implies X_n - X_m - \gamma i_k = 0$

電圧制御電圧源: 電圧 $E_a = X_n - X_m = \mu(X_s - X_t) \implies X_n - X_m - \mu X_s + \mu X_t = 0$

電流制御電流源: 電流 $J_b = \beta i_k$

電圧制御電流源: 電流 $J_b = g(X_s - X_t)$

スタンプルールを表 2・9 に示す．

表 2・9 従属電源のスタンプルール

(a) 電流制御電圧源 (CCVS)

| | X_m | X_n | i_k | I_a | RHS |
|-----|-------|-------|-----------|-------|-----|
| m | | | | 1 | |
| n | | | | -1 | |
| a | -1 | 1 | $-\gamma$ | | |

(b) 電圧制御電圧源 (VCVS)

| | X_s | X_t | X_m | X_n | I_a | RHS |
|-----|--------|-------|-------|-------|-------|-----|
| m | | | | | 1 | |
| n | | | | | -1 | |
| a | $-\mu$ | μ | -1 | 1 | | |

(c) 電流制御電流源 (CCCS)

| | X_m | X_n | i_k | RHS |
|-----|-------|-------|----------|-----|
| m | | | $-\beta$ | |
| n | | | β | |

(d) 電圧制御電流源 (VCCS)

| | X_s | X_t | RHS |
|-----|-------|-------|-----|
| m | $-g$ | g | |
| n | g | $-g$ | |

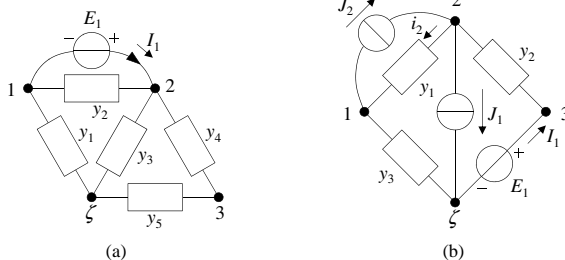


図 2・14 修正節点解析の対象回路グラフ

例として，図 2・14(a) に示す回路の修正節点解析方程式を式 (2・30) に示す．

$$\left(\begin{array}{ccc|c} y_1 + y_2 & -y_2 & 0 & 1 \\ -y_2 & y_2 + y_3 + y_4 & -y_4 & -1 \\ 0 & -y_4 & y_4 + y_5 & 0 \\ \hline -1 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right) \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ E_1 \end{pmatrix} \quad (2 \cdot 30)$$

別の例として，図 2・14(b) に示す回路について，電流源 J_1 が CCCS であり受動素子 y_1 の電流 i_2 により $J_1 = \beta i_2$ ，また，電圧源 E_1 が VCVS であり節点 3 と節点 1 の電位差 $v_{31} = X_3 - X_1$ により $E_1 = \mu v_{31}$ ，電圧源 E_1 の電流を I_1 とする場合に，修正節点解析方程式を式 (2・31) に示す．

$$\left(\begin{array}{ccc|cc} y_1 + y_3 & -y_1 & 0 & 0 & 0 \\ -y_1 & y_1 + y_2 & -y_2 & 0 & \beta \\ 0 & -y_2 & y_2 & -1 & 0 \\ \hline \mu & 0 & 1 - \mu & 0 & 0 \\ y_1 & -y_1 & 0 & 0 & -1 \end{array} \right) \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ I_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -J_2 \\ J_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2 \cdot 31)$$

電圧制御電圧源 E_1 について $X_s = X_3$ ， $X_n = X_3$ であり，表 2・9(b) に示すスタンプルールに従って， X_3 の列には X_s の係数として $-\mu$ ， X_n の係数として 1 をスタンプする．その結果，式 (2・31) の左辺係数行列の 4 行 3 列要素は $1 - \mu$ となっている．

参考文献

- 1) 岸 源也：“回路基礎論,” pp.15-25, 112-155, コロナ社, 1986.
- 2) 石井順也：“回路理論 (1),” pp.83-108, コロナ社, 1998.
- 3) 椎塚久雄：“電気回路 - その理論と演習による基礎的アプローチ -, ” pp.25-46, 69-81, コロナ社, 1991.