

## ■10 群 (集積回路) - 8 編 (集積化センサとマイクロマシン)

---

### 4 章 MEMS ジャイロ스코ープ

#### 【本章の構成】

本章では以下について解説する.

- 4-1 はじめに
- 4-2 ダブルジンバルモデル
- 4-3 振動型ジャイロ스코ープの動作原理
- 4-4 検出回路
- 4-5 MEMS ジャイロの例
- 4-6 高感度化のためのデバイス構造設計
- 4-7 周波数安定度
- 4-8 まとめ
- 補遺 4-A 回転の角速度が時間変化する場合の検出系の変位
- 4 章演習問題

## ■10 群-8 編-4 章

### 4-1 はじめに

(執筆者：鈴木健一郎) [2018年8月受領]

振動型 MEMS ジャイロスコープ (ジャイロセンサ) は、小型であるにも関わらず高い分解能を持ち、しかも量産可能であることから、民生量産品に広く使用されている。現在、振動型 MEMS ジャイロスコープは“Rate Grade”に分類される性能を持っている (3 章 3-1 節表 1・1 では Automotive グレードとして記載)<sup>1)</sup>。これは、代表的に 1~10 Hz の帯域で 0.5 deg/sec (1800 deg/h) の分解能を持つ低感度のセンサである。x, y, z の 3 軸に対して直線を検出する加速度センサと軸周りの回転を検出するジャイロスコープを組み合わせたセンサを種々の慣性計測装置 (IMU: Inertial Measurement Unit) へ適用するための技術革新が進んでいる (表 1・1)。今後、幅広い応用に適用させるために、広帯域化 (10~100 Hz) と高感度化 (1~10 deg/h) することが求められる。

表 1・1 自動車用 IMU センサとその応用<sup>2)</sup>

検出軸	応用
$\Omega_z$ $a_y, a_x$	ACC (Adaptive Cruise Control), AFS (Active Front Steering)
	HHC (Hill-hold Control)
	ESP® (Vehicle Dynamics Control)
$\Omega_x$ $a_z, (a_y)$	RSC (Roll-stability Control)
	RoSe (Rollover Sensing)

近年の MEMS センサの感度とバイアス安定性の目覚ましい向上は、主に、①検出回路の集積化、②機械ばねの機械的カップリングの抑制、③高周波化、の改良によって実現されたが、各々の改良によりほかの性能が劣化するという深刻なトレードオフが一般に存在する。このため、ジャイロスコープの設計においてはこのトレードオフをよく理解することが重要である。

## ■10 群-8 編-4 章

## 4-2 ダブルジンバルモデル

(執筆者：鈴木健一郎) [2018年8月 受領]

図 2・1 はダブルジンバル構造を持つ振動型 MEMS ジャイロスコープの構成を示したものである。振動型ジャイロスコープは駆動系と検出系の 2 つの機械システムから構成されており、このモデルでは  $X$  方向に動作する駆動系の内部に  $Y$  方向に動作する検出系が形成されている。検出系 ( $s$  の添え字で表記) は、慣性質量  $m$  (検出系可動電極の質量を含む) を持つ機械構造体がばね定数  $k_s$  と減衰係数  $b_s$  と結合した機械振動モデルによって表現できる。一方、駆動系 ( $d$  の添え字で表記) は、慣性質量  $M$  ( $m$  を含む) を持つ機械構造体がばね定数  $k_d$  と減衰係数  $b_d$  と結合した機械振動モデルによって表現できる。ダブルジンバル構造では慣性質量  $m$  と  $M$  はそれぞれ  $Y$  軸と  $X$  軸のみに動作することが許されていることに注意されたい。

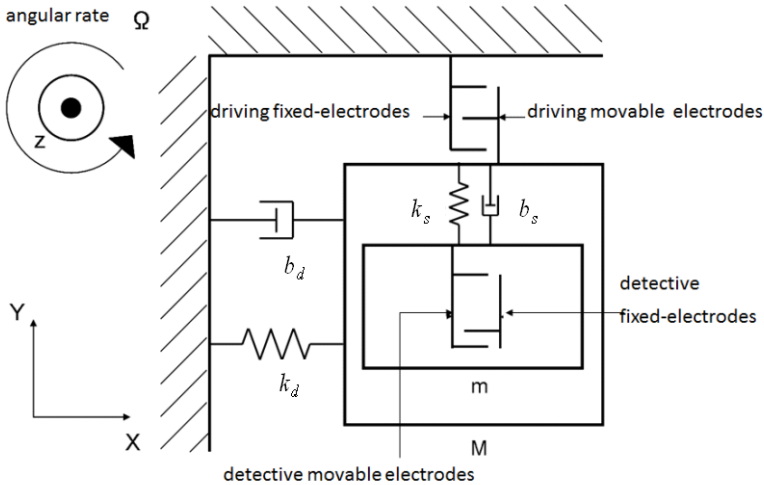


図 2・1 ダブルジンバル構造の模式図

## ■10 群-8 編-4 章

### 4-3 振動型ジャイロスコープの動作原理

(執筆者：鈴木健一郎) [2018年8月 受領]

振動型ジャイロスコープはコリオリ力によって生じた検出系慣性質量の変位を測定して機械系に加えられた回転速度の検出を行っている。コリオリ力は運動する質量に作用する回転座標系から見た力である。振動型ジャイロスコープではコリオリ力によって発生する微小なセンサ変位を拡大するために、共振現象が利用される。

#### 4-3-1 コリオリ力

図 2・1 に示した  $X$ - $Y$  座標軸をダブルジンバル構造に固定して  $Z$  軸を中心として角速度ベクトル  $\vec{\Omega}$  で回転するとき、 $X$ - $Y$  座標系は静止座標系に対してその原点を共有する回転座標系とみることができる。図 2・1 のダブルジンバル構造の慣性質量  $m$  に力  $f$  が働くとき、回転座標系でみると慣性質量  $m$  の運動方程式は以下ようになる。

$$m\vec{a} = \vec{f} - 2m\vec{\Omega} \times \vec{v} - m \frac{d\vec{\Omega}}{dt} \times \vec{r} - m\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}) \quad (3 \cdot 1)$$

ここで、 $\vec{a}$  と  $\vec{v}$  は回転座標系 (図 2・1 の  $X$ - $Y$  座標系) でみた値を示している。式 (3・1) の右辺に示されているように回転座標系には三種類の見掛けの力が現れる。右辺第二項の力をコリオリ (Coriolis) の力、第四項の力を遠心力と呼んでいる。コリオリ力は回転座標系内部で速度を持つ質量に作用する見掛けの力である。また、右辺第三項の力は回転運動の加速度による力である。いま、検出系の慣性質量  $m$  に以下のようなばね復元力と減衰力からなる力が  $Y$  軸方向に作用する場合を考える。

$$f_y = -k_s y - b_s \dot{y} = -m\omega_{n,s}^2 y - 2m\zeta_s \omega_{n,s} \dot{y} \quad (3 \cdot 2a)$$

この力を式 (3・1) に代入することにより、検出系の  $Y$  軸方向の運動方程式が得られる。

$$m\ddot{y} + 2m\zeta_s \omega_{n,s} \dot{y} + m(\omega_{n,s}^2 - \Omega^2)y = -2m\Omega v_x - m\dot{\Omega}x \quad (3 \cdot 2b)$$

MEMS ジャイロスコープの設計では  $\omega_{n,s}^2 \gg \Omega^2$  とするようになるため、結局、以下の運動方程式が得られる。

$$\ddot{y} + 2\zeta_s \omega_{n,s} \dot{y} + \omega_{n,s}^2 y = -2\Omega v_x - \dot{\Omega}x \quad (3 \cdot 2c)$$

式 (3・2c) 右辺の第 1 項がコリオリ力によるものであり、慣性質量  $m$  は主にコリオリ力によって運動する。通常、 $-\dot{\Omega}x$  の力はコリオリ力に比べて小さいために無視することが多い。

#### 4-3-2 MEMS ジャイロスコープ

MEMS 振動式ジャイロスコープでは、駆動系に力を加えて慣性質量  $m$  (及び  $M$ ) を振動させ、コリオリ力によって発生した検出系慣性質量  $m$  の変位を計測する。ジャイロスコープの感度を大きくするためには、駆動系及び検出系の機械要素パラメータの設計が重要である。

##### (1) 駆動系の振動：参照振動

図 2・1 に示した  $X$  軸方向に振動する質量  $M$  に角振動数  $\omega$  を持つ駆動力  $F_0 \cos \omega t$  が加えら

れた場合には、式(3・1)よりこの慣性質量  $M$  は以下の運動方程式に従って振動することが導かれる ( $v_y = 0$  に注意)。

$$\ddot{x} + 2\zeta_d \omega_{n,d} \dot{x} + \omega_{n,d}^2 x = \frac{F_0 \cos \omega t}{M} \quad (3 \cdot 3)$$

ここで、 $\omega_{n,d} = (k_d/M)^{1/2}$  である。式(3・3)は質量-ばね-減衰を持つ機械システム系に外力が作用したときの運動方程式と同じである。式(3・3)を  $x$  について解くと駆動系の変位は以下のように表される。

$$x = \frac{\frac{F_0}{k_d}}{\sqrt{\left\{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{n,d}}\right)^2\right\}^2 + \left\{2\zeta_d \frac{\omega}{\omega_{n,d}}\right\}^2}} \cos(\omega t - \phi_d) \quad (3 \cdot 4a)$$

$$\phi_d = \tan^{-1} \frac{2\zeta_d \left(\frac{\omega}{\omega_{n,d}}\right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{n,d}}\right)^2} \quad (3 \cdot 4b)$$

また、式(3・4a)を時間微分することにより、駆動部の速度が以下のように求められる。

$$v_x = \dot{x} = \frac{\frac{F_0}{k_d} \omega}{\sqrt{\left\{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{n,d}}\right)^2\right\}^2 + \left\{2\zeta_d \frac{\omega}{\omega_{n,d}}\right\}^2}} \sin(\omega t - \phi_d) \quad (3 \cdot 5a)$$

ここで得られた速度  $v_x$  は回転座標系でみた質量の速度であり、式(3・2)の  $v$  であることに注意されたい (駆動力の方向が回転座標系とともに回転するため)。

MEMS ジャイロスコープではコリオリ力を大きくするために駆動系の速度を最大になるように設計する。式(3・5a)を見ると、駆動力の角振動数を駆動系の固有角振動数の近くに設定すると駆動系の速度が最大になることが分かる。この条件における機械構造体の設計パラメータを明確にするために、 $k_d = M\omega_{n,d}^2$  を使って、式(3・5a)を以下のように書き換える。

$$v_x = \frac{-\omega F_0 \sin(\omega t - \phi_d)}{M \sqrt{(\omega_{n,d}^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta_d \omega \omega_{n,d})^2}} \quad (3 \cdot 5b)$$

駆動の角振動数が固有角振動数に近いときには、式(3・5b)は以下のように近似できる。

$$v_x \approx \frac{F_0}{2\zeta_d M \omega} \cos \omega t, \quad \omega \approx \omega_{n,d} \quad (3 \cdot 6)$$

$X$  軸方向速度は駆動周波数の  $1/\omega$  に比例している。この式より、(固有角振動数が設定されている場合) 駆動系の速度は質量に反比例することが分かる。この結果、駆動系全体に働くコリオリ力は質量に依存しないことになる。

また、 $\omega \approx \omega_{n,d}$  のとき、 $\phi_d \approx \pi/2$  である。これより、 $X$  軸方向の変位は駆動力の方向に対して  $\pi/2$  ラジアンだけ遅れていることが分かる。図 3・1(a)は、共振時の駆動系の駆動力、変位、速度の位相ベクトル図である。駆動系の  $X$  軸方向の振動において、慣性質量  $M$  及び  $m$  の速度方向は印加力の方向と一致する (式(3・6)) のに対して、その変位方向は駆動力の方向に直交す

る (式(3・4b)) ことが分かる.

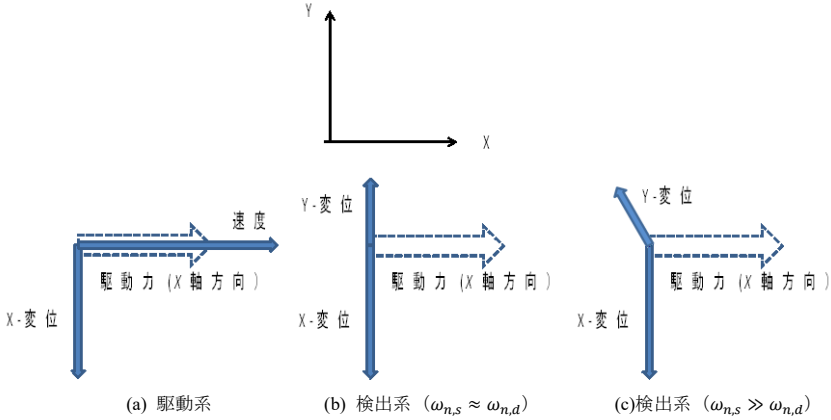


図 3・1  $\omega = \omega_{n,d}$  の角周波数で駆動系を駆動したときに、それぞれの慣性質量に働く駆動力、変位、速度の位相ベクトル図

(2) 検出系の振動：検出振動

図 2・1 に示したように検出系機械要素が X 軸方向に駆動系に固定されているために、検出系慣性質量  $m$  の X 軸方向の速度は駆動系の X 軸方向の速度と等しくなる。このとき、Z 軸周りに一定の角速度  $\Omega$  を持つ回転運動が機械構造体全体に加わると、検出系の慣性質量にコリオリ力が作用する (駆動系慣性質量  $M$  にもコリオリ力が作用するが、 $M$  は Y 軸方向に変形することができないように枠に固定されている)。このコリオリ力は、式(3・2c)に示すように -Y 軸方向に向いている。いま、式(3・2c)の  $\Omega$  の時間変化がゼロとしたとき、検出系慣性質量に働くコリオリ力は

$$F_{c,s} = -2m\Omega v_x = -\frac{2m\Omega F_0}{2\zeta_d M \omega} \cos \omega t, \quad \omega \approx \omega_{n,d} \tag{3・7a}$$

であるため、検出系の慣性質量の運動方程式は

$$\ddot{y} + 2\zeta_s \omega_{n,s} \dot{y} + \omega_{n,s}^2 y = -2\Omega v_x \tag{3・7b}$$

となる。ここで、検出系の固有角振動数を  $\omega_{n,s} = (k_s/m)^{1/2}$  とした。式(3・7)を解くと検出系の Y 軸方向変位が以下のように求められる。

$$y \approx \frac{\frac{2\omega\Omega}{\omega_{n,s}^2} \left( \frac{F_0}{2\zeta_d M \omega^2} \right)}{\sqrt{\left\{ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_{n,s}} \right)^2 \right\}^2 + \left\{ 2\zeta_s \frac{\omega}{\omega_{n,s}} \right\}^2}} \cos(\omega t - \phi_s), \quad \omega \approx \omega_{n,d} \tag{3・8a}$$

$$\phi_s = \tan^{-1} \frac{2\zeta_s \left( \frac{\omega}{\omega_{n,s}} \right)}{1 - \left( \frac{\omega}{\omega_{n,s}} \right)^2} \tag{3・8b}$$

式(3・8a)において、 $Q_d = \frac{1}{2\zeta_d}$  は、共振の鋭さを表すものである。すなわち、 $Q_d$  が大きいほど

駆動系の共振は鋭いことを示している。慣性質量  $m$  の  $Y$  軸方向駆動力は式(3・4a)の  $X$  軸方向駆動力  $F_0$  の大きさの約  $\frac{2\Omega}{2\zeta_s\omega_{n,s}} = Q_s \frac{2\Omega}{\omega_{n,s}}$  倍となる。検出系の  $Q_s$  が大きいほど感度が増加することになる。式(3・8)は検出感度を変位で示したジャイロスコープの基本式である。回転速度  $\Omega$  に比例して  $Y$  軸方向の変位が発生することが示されている。また、 $Y$  軸方向変位は駆動周波数の  $1/\omega$  にほぼ比例 ( $\omega_{n,s} \approx \omega_{n,d}$ ) しており、駆動周波数が増大するに従って急激に減少することが分かる。

ジャイロスコープでは検出系と駆動系の2つの固有角振動数が現れる。これらの関係の評価するために、両者の固有角振動数の差を以下のように設定する。

$$\Delta\omega = \omega_{n,s} - \omega_{n,d} > 0 \quad (3 \cdot 9a)$$

式(3・9a)を用いると、式(3・8)は

$$y \approx \left( \frac{-\Omega F_0}{2M\zeta_d\omega_{n,d}^2} \right) \frac{1}{\sqrt{(\Delta\omega)^2 + (\zeta_s\omega_{n,s})^2}} \cos(\omega t - \phi_s) \quad (3 \cdot 9b)$$

となる。この式より、 $Y$  軸方向変位は  $1/\Delta\omega$  にほぼ比例しており、 $\Delta\omega$  を増大させると減少することが分かる。式(3・9b)からを用いて、検出系の変位  $y$  を以下に示す2つの条件について評価する<sup>3)</sup>。

(a)  $\Delta\omega \ll \zeta_s\omega_{n,s}$  の場合：

駆動系と検出系の固有角振動数が非常に近い場合である。このとき、式(3・9b)は

$$y \approx \left( -\frac{\Omega F_0}{2M\zeta_d\zeta_s} \right) \frac{1}{\omega_{n,d}^3} \sin \omega t, \quad \omega \approx \omega_{n,d}, \quad \phi_s \approx \pi/2 \quad (3 \cdot 9c)$$

となる。 $Y$  軸方向変位は駆動系共振周波数  $1/\omega_{n,d}^3$  に比例しており、駆動周波数を増大させると急激に減少する。図3・1(b)は、検出系の  $X$  軸及び  $Y$  軸の変位方向を駆動力の方向に対して示したベクトル図である。この場合には、検出系の  $Y$  軸方向の変位と  $X$  軸方向の変位の位相が  $180$  度異なる(式(3・9b)において  $Y$  軸方向の変位が駆動力に対してマイナスであることに注意)。すなわち、検出系の慣性質量  $m$  は  $-X$  軸方向に傾いた直線上を運動する。

(b)  $\Delta\omega \gg \zeta_s\omega_{n,s}$  の場合、

駆動系と検出系の固有角振動数の差が大きい場合である。このとき、式(3・9b)は

$$y \approx \left( -\frac{\Omega F_0}{2M\zeta_d\omega_{n,d}^2} \right) \frac{1}{\Delta\omega} \cos \omega t, \quad \omega \approx \omega_{n,d}, \quad 0 < \phi_s < \pi/2 \quad (3 \cdot 9d)$$

となる。このときには、検出系の  $Y$  軸方向の変位は  $X$  軸方向の変位より位相が  $180$  度以上進んでいる。すなわち、検出系の慣性質量  $m$  は長軸が  $-X$  軸方向に傾いた楕円を反時計回りに回転する運動を行う。

式(3・9)が MEMS ジャイロスコープの基本式となるものであり、検出系の変位が回転角速度に比例することを示している。検出系の変位は、駆動系のパラメータ(質量, 固有振動, 及び減衰比)のほかに、駆動及び検出系の固有振動数の差と検出系の  $Y$  軸方向の固有周波数帯域 ( $2\zeta_s\omega_{n,s}$ ) にも依存している。更に、検出系の変位は固有角振動数の  $2\sim 3$  乗に反比例して急速に減少するという特徴がある。式(3・9)より、MEMS ジャイロスコープでは、(固有角振動数一定のもとで) 駆動系の質量  $M$  (質量  $m$  を含む) を減少させると検出部の振幅が増大するという

高感度化の重要な設計指針が得られる。これは、質量の減少に対応して固有角振動数を一定にするためにばね定数を小さく設計する必要がある（この場合、式(3・6)に示すようにコリオリ力は変化しない）ことから、検出系のばね定数の減少により検出系の振幅が増大するからである。一方、加速度センサでは、固有振動数が一定のときには、質量を減少（同時にばね定数も減少）させても感度は変化しない（3 章式(3・1)）。このように、質量に関して加速度センサとジャイロ스코ープの設計指針が異なっていることに注意する必要がある。

### (3) 周波数帯域

図 3・2 は、MEMS ジャイロ스코ープにおける振幅の周波数応答を模式的に示したものである。図中の実線と破線で描かれた駆動系の  $X$  軸方向及び検出系の  $Y$  軸方向の変位振幅は式(3・4)及び(3・8)に示したものである。ジャイロ스코ープは駆動系の振幅が最大になる周波数に近い周波数で励振されるために、検出系のこの周波数に対応する変位振幅が出力信号となる。この例では、検出系の減衰比を駆動系の減衰比より大きくし、更に検出系の固有共振周波数を駆動系よりも若干大きく設定した。これは共振系では共振周波数を超えると振幅が急激に減少することを考慮して、駆動系の共振周波数が変化しても検出系の振幅が急激に減少しないようにするためである。駆動系と検出系の 2 つの共振周波数を完全に一致させることは困難であるために、このように余裕をもたせた設計をすることが肝要である。

さて、式(3・7)では一定の回転運動によって生じるコリオリ力の影響を評価したが、以下に回転運動が時間変化する場合を考えよう。回転速度が角振動数 $\omega_3$ で調和振動する場合には、コリオリ力と回転の加速度による力は $\omega + \omega_3$ と $\omega - \omega_3$ の 2 つの角振動数を持つ成分の和として表される（補遺 4-A 参照）。ここで $\omega$ は駆動系の振動数を表しており、駆動系の固有角振動数に近い値である。図 3・2 の  $A_0$  は $\omega_3$ がゼロのときの検出系の振幅である。また、 $A_{1,H}$  と  $A_{1,L}$  は $\omega_3$ がゼロでない ( $\omega + \omega_3 < \omega_{n,s}$ ) ときの $\omega + \omega_3$ と $\omega - \omega_3$ に対応した検出系の変位を表している。

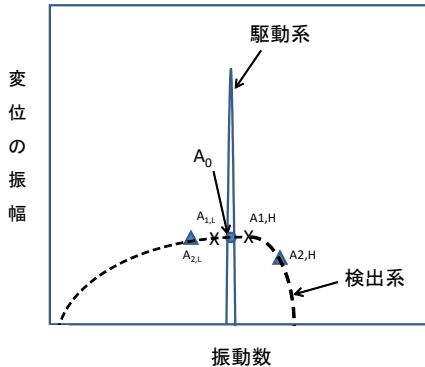


図 3・2 駆動系及び検出系のそれぞれの変位と周波数との関係を示す模式図

他方、 $A_{2,H}$  と  $A_{2,L}$  は回転速度変化の角振動数 $\omega_3$ が  $A_{1,H}$  と  $A_{1,L}$  の場合よりも大きい場合 ( $\omega + \omega_3 > \omega_{n,s}$ ) を示しており、この場合には検出系の振幅 ( $A_{2,H}$  と  $A_{2,L}$ ) は  $A_0$  の振幅からかなり減少した値となる（特に  $A_{2,H}$ ）。このように回転速度の時間変化 $\omega_3$ が大きくなると検出系の感度が大きく減少することが起こる。センサ感度を回転速度（変化する場合を含めて）に対して一



定にするためには角振動数 $\omega_3$ を制限することが必要であり、これがセンサの周波数帯域と呼ばれるものである。同図をみると、センサの周波数帯域は検出系と駆動系の固有振動数の差を大きくとる（同時に検出系の減衰比も十分大きくする）ことによって増大することが分かる。しかし、式(3・9c)に示すように、センサ感度が低下するという問題が同時に生じる。このことを考慮して、振動ジャイロ스코ープの周波数帯域の概算評価の指標として、

$$\text{周波数帯域} : |\omega_{n,s} - \omega_{n,d}| \quad (3 \cdot 10)$$

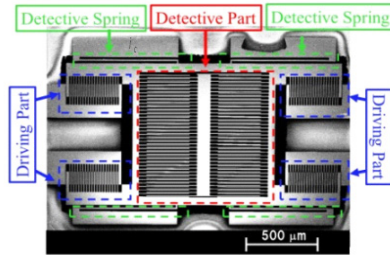
が用いられる。MEMS ジャイロスコープでは感度を高く保つためにこの帯域を小さく設定しており、通常数十 Hz 程度と狭いものである。

## ■10 群-8 編-4 章

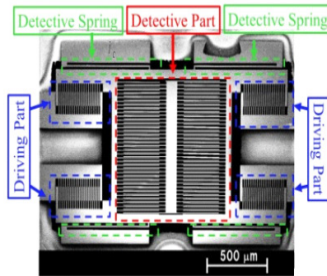
### 4-4 検出回路

(執筆著：鈴木健一郎) [2018年8月 受領]

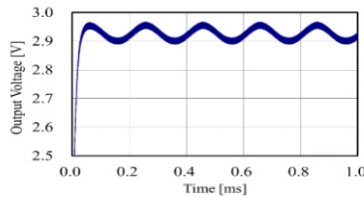
ジャイロ스코ープの駆動系構造体が参照振動数 (5 kHz) を持つ AC 電源 (DC バイアスを含む) によって振動させられるとき、デバイスに加えられた角速度に比例したコリオリ力が検出系慣性質量を振動させる。すなわち、検出系慣性質量には参照振動に加えてコリオリ力によって発生した検出振動が重ね合わされることになる。しかし、ダブルジンバル構造を用いることにより、コリオリ力によって発生した検出振動のみによって検出系の静電容量変化が引き起こされるようにすることができる (4-3-2 項参照)。このように実際のジャイロ스코ープは駆動系と検出系の両方の構造体があって動作するものであるが、測定評価を簡略化するために検出系の電気回路特性を駆動系と分離して評価したいという要求がある。



(a) 検出系評価用デバイス



(b) 検出系電気回路 (駆動回路を含む)



(c) 出力電圧の時間応答波形 (LT-SPICE シミュレーション) :

$$R_f = 1 \text{ M}\Omega, C_f = 1.2 \text{ pF}, R_{PD} = 1 \text{ k}\Omega, C_{PD} = 0.1 \text{ }\mu\text{F}$$

図 4・1 ジャイロ스코ープの検出系電気回路

通常、検出回路を評価するためにはジャイロスコープを回転機械構造体に搭載して評価を行う必要があるが、コリオリ力を静電気力で代替することによってジャイロスコープの検出系回路を直接評価することができる。これは、駆動系をコリオリ力相当の静電気力駆動源に代替する（この場合、駆動系とセンサ系の振動は同じ方向になるように設定される）ことによって実現できる<sup>4)</sup>。図 4・1(a)はこの目的のために、ジャイロスコープの検出系の可動電極に検出振動方向に駆動する電極構造を設けた構造を持つデバイスの写真である。このデバイスでは本来コリオリ力によって生じる検出振動を 5 kHz の交流電源で代替して生じるようにしている。図 4・1(b)は 5 kHz の交流電源によって検出電極を直接に駆動する回路 (Driving Part) と静電容量変化を検出するための検出回路 (Detective Part) とを示したものである。検出電極のギャップが 5 kHz で変化することから 1 MHz の搬送信号の振幅が変調され、この変調信号を演算増幅器後段の検出回路で 5 kHz の信号に復調することによって静電容量変化を検出することができるという検出回路である。最初に検出電極静電容量を通過した交流電気信号はトランスインピーダンス回路によって電流から電圧に ( $I-V$ ) 変換される。同図に示す回路は 5 kHz の電気信号の一部が出力するという課題を持っているが、1 MHz の信号に比べてこれを小さく抑えることができる (反転増幅器の増幅率に換算して約 1/200)。

トランスインピーダンス回路後段の検出回路では、搬送信号のピーク検出 (包絡線検出) 信号処理によって検出系の静電容量変化を計測することができる。ピーク検出回路はダイオードに  $CR$  並列回路を接続した構成を持つが、このピーク検出回路のそれぞれの機能を以下に述べる。振幅変調された 1 MHz の搬送信号 (3 章 3-4-2 項参照) はダイオードにより検波され、正の電圧部分が取り出される。この電圧が増大するとき図の  $C_{PD}$  に電荷が充電される。一方、搬送信号電圧が減少するときには ( $C_{PD}$  に蓄積された電圧よりも低くなるため) ダイオードが遮断される。このため、 $C_{PD}$  に蓄積された電荷が  $R_{PD}$  に放電されて出力電圧の減少が起こる。この出力電圧の減少時間は  $C_{PD}R_{PD}$  の時定数に依存しており、以下の条件が成り立つように設定される。

$$\frac{1}{f_c} \ll C_{PD}R_{PD} \ll \frac{1}{2\pi m f_m} \quad (4 \cdot 1)$$

ここで、 $f_c$  及び  $f_m$  は搬送波 (1 MHz) 及び変調信号 (ここでは回転速度、5 kHz) の周波数であり、 $m$  は変調指数である。通常、出力電圧のリップルを小さくするために  $C_{PD}R_{PD}$  を  $\frac{1}{2\pi m f_m}$  に近い値に設定する。このようにして、振幅変調された信号の振幅成分を出力電圧として取り出すことができる。

図 4・1(c)はこの検出回路評価用デバイスの出力電圧を LT-SPICE シミュレータを使って計算したものであり、検出電極部の初期キャパシタンス ( $C_{sense}$ ) を 3 pF、キャパシタンス変化量を 0.06 pF としたときの検波回路の出力である。この結果より、出力電圧が初期時間より 0.05 ms 経過後にはほぼ定常状態に落ち着くことが分かる。低域フィルタの次数が低い場合 1 MHz 成分が完全には除去しきれていない (5 kHz 信号の太い線が見られる) が、5 kHz 成分 (50 mV<sub>pp</sub>) の信号が明瞭に観察できる。この 5 kHz 成分の振幅値が  $C_{sense}$  のキャパシタンス変化量に比例する量であり、本来のジャイロスコープでは角速度信号に対応する。

## ■10 群-8 編-4 章

### 4-5 MEMS ジャイロの例

(執筆者：鈴木健一郎) [2018年8月受領]

STMicroelectronics 社の車載用 3 軸ジャイロセンサ (A3G4250D) の代表的なデータを表 5・1 に示す<sup>5)</sup>。3 章表 1・1 の分類では、車載用の最も高い感度を持つセンサになる。

表 5・1 STMicroelectronics 社 A3G4250D (3 軸ジャイロセンサ) の代表的なデータ

電 源 [V]	消費電流 [mA]	使用温度 [°C]	
3.0	6.1	-40 -85	
動作レンジ [deg/s]	感 度 [mdeg/s]	Zero-rate Level 温度特性 [(deg/s)/°C]	ノイズ密度 [(deg/s)/Hz <sup>1/2</sup> ]
±245	8.75 (31.5 deg/hr)	±0.03	0.03 (BW = 50 Hz)

## ■10 群-8 編-4 章

### 4-6 高感度化のためのデバイス構造設計

(執筆著者：鈴木健一郎) [2018年8月 受領]

近年, MEMS ジャイロスコープの高感度化は機械構造体と電気回路の改良によって飛躍的に増大した. 機械構造体においては,  $X$  軸 (駆動方向) と  $Y$  軸 (検出方向) 方向の振動が混じり合うクロスカップリングの軽減が大きな課題であった. また, ジャイロスコープは共振系であるために, 圧力に強く依存する. 図 6・1 は著者のグループが試作したジャイロスコープの振動振幅圧力依存性の測定値を示したものである. ジャイロスコープでは大きな振幅を得るために高い  $Q$  値を実現する必要があるが, この図をみると 20 Pa の圧力においても  $Q$  値が急激に変化しており, 更に圧力を低減することが高感度化に有効であることが示されている. なお, 機械構造体の振動は共振周波数が高くなるに従って  $Q$  値が変化する圧力の下限が高くなることが知られている. この  $Q$  値の変化が小さいということはジャイロスコープの実装が簡単になることを意味している.

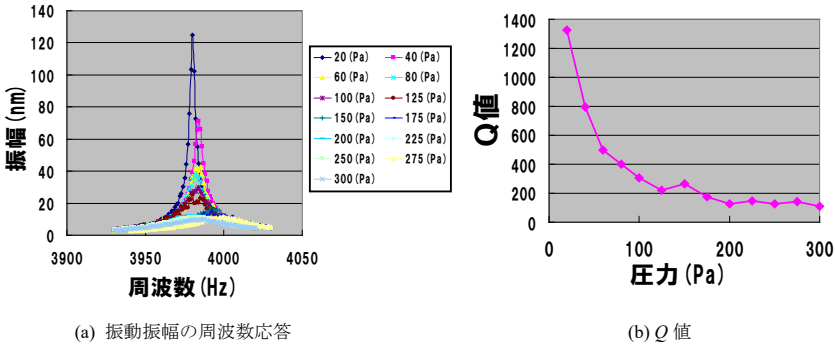


図 6・1 試作したジャイロスコープの圧力依存性 (測定値)

以降の本節では, 先に述べた設計指針を利用したジャイロスコープ高感度化の研究を紹介する.

先に, 固有角振動数を一定にすると, 駆動系の質量  $M$  (質量  $m$  を含む) を減少させると検出系の振幅が増大する, ことを結論して述べた (式 (3・9)). 図 6・2 はこの設計指針に基づいて作製したシリコンジャイロスコープの写真である. 構造体に多数の穴が設けられているのが見られるが, これは駆動系及び検出系の慣性質量を軽減するために行ったものである.

このジャイロスコープの機械特性を穴のない構造と比較してシミュレーションした結果を表 6・1 に示す<sup>9)</sup>. 駆動系と検出系の共振周波数を同じにしたために, 穴を設けた構造のばね定数は駆動系と検出系の両方で穴のない構造に比べて小さく設定されている. これら 2 つの構造体と同じ大きさの  $X$  軸方向駆動力が作用した場合を考えると, 穴のない構造の方が  $X$  軸方向変位が大きくなる (ばね定数が小さいため). しかし,  $Y$  軸方向に作用するコリオリ力は 2 つの構造体で同じ大きさになる (穴を設けた構造と穴を設けない構造で, 式 (3・7a) に示す  $m/M$  の値が等しいため). 最後に,  $Y$  軸方向検出系においては, 穴を設けた構造の変位振幅が穴を設けな

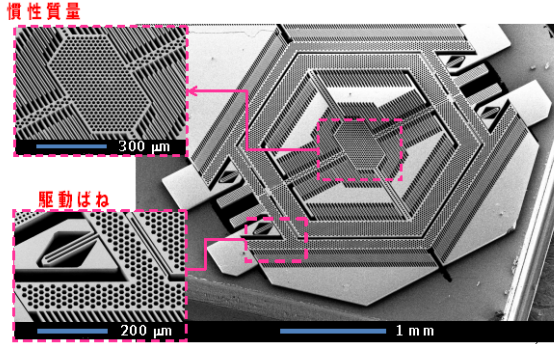


図 6・2 試作したシリコンジャイロスコープ（軽量化のために多数の穴が形成されている）

い構造に比べて 1.7 倍に増大するという結果が得られた。このことから、ジャイロスコープの慣性質量を軽減することによってその感度を増大させることが可能であることが示される。

表 6・1(a) 駆動系(X 軸)と検出系(Y 軸)の共振周波数とばね定数の比較（シミュレーション）

	駆動系		検出系	
	$f_x$ [kHz]	$k_x$ [N/m]	$f_y$ [kHz]	$k_y$ [N/m]
穴なし構造	6.14	573	6.34	400
穴あり構造	6.14	337	6.34	235

表 6・1(b) 駆動系(X 軸)と検出系(Y 軸)の駆動力と変位の振幅の比較（シミュレーション）

	駆動系		検出系	
	$F_x$ [ $\mu$ N]	$X_0$ [ $\mu$ m]	$F_y$ [pN]	$Y_0$ [pm]
穴なし構造	1	8.8	10.3	125
穴あり構造	1	15	10.3	220

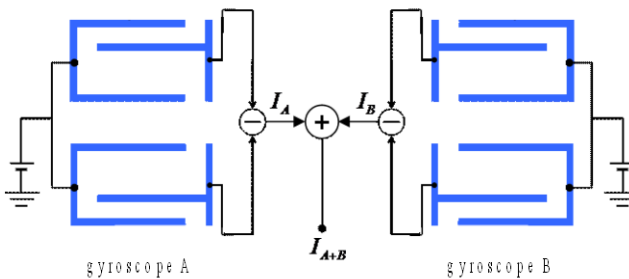


図 6・3 アレイセンサによる高感度化の原理

高感度化のための構造設計の第二の方法は、ジャイロスコープを連結したアレイ構造を形成することである。図 6・3 は 2 個のジャイロスコープの出力電流を足し合わせることを模式的に示したものである。1 個のジャイロスコープの検出電極は、通常、可動電極が最も近い位置にある固定電極に関して互いにその距離が反対方向に変化するように配置した櫛歯電極の組合せからなっている（図 6・3 の 1 個のジャイロスコープでは上側の可動-固定電極ギャップが狭くなると、下側の可動-固定電極ギャップが広くなる）。そして、この両者の差をとることによって、オフセット信号を除去できる。ジャイロスコープの感度を増大させるにはこれら個々のジャイロスコープの出力電流を合計するとよいことは容易に理解できるはずである。

表 6・2 は同じ面積を持つ 1 個の面積を  $N$  倍に拡大したセンサとセンサアレイの特性を比較したものである。 $N$  倍拡大センサは基準センサの面積を単純に  $N$  倍したものである。一方、センサアレイは  $N$  個の基準センサを並べたものである。面積  $N$  倍拡大センサの一边の寸法は基準センサに対して  $\sqrt{N}$  倍となるので、駆動力は  $\sqrt{N}$  倍となる（駆動系は一片の端に沿って形成される）。共振周波数を変えないことにすると、ばね定数は質量増大を相殺するために基準センサの  $N$  倍にする必要がある。この結果、 $N$  倍拡大センサの  $X$  軸方向駆動力は基準センサの  $1/\sqrt{N}$  倍となると考えられる。一方、 $N$  倍拡大センサの検出系においては、質量  $N$  倍のためにコリオリ力が  $\sqrt{N}$  倍となるが、検出系ばね定数が  $N$  倍であるために  $Y$  軸方向振幅が  $1/\sqrt{N}$  倍となる。最後に  $N$  倍の面積を考慮すると、検出系キャパシタンスの変化量は基準センサの  $\sqrt{N}$  倍となることが分かる。

表 6・2 同じ面積を持つ 1 個の面積を  $N$  倍に拡大したセンサとセンサアレイの特性比較

	基準センサ	面積 $N$ 倍拡大センサ	$N$ 連結アレイ
慣性質量 $M$	1	$N$	1
駆動力	1	$\sqrt{N}$	1
ばね定数 ( $f_0$ : 一定)	1	$N$	1
駆動振幅	$X$	$(1/\sqrt{N})X$	$X$
コリオリ力	$F_c$	$\sqrt{N}$	$F_c$
検出振幅	$Y$	$(1/\sqrt{N})Y$	$Y$
検出面積	$S$	$NS$	$NS$
キャパシタンス変化	$\Delta C$	$\sqrt{N}\Delta C$	$N\Delta C$

一方、アレイセンサは個々の要素は基準センサと同じ特性を持つので、アレイにした後には検出面積が  $N$  倍になる結果、キャパシタンス変化が基準センサの  $N$  倍に増加する。以上のことから、アレイセンサは基準センサの  $N$  倍の出力電流を持ち、また同一構造を拡大したセンサと比較しても  $\sqrt{N}$  倍感度が高くなることが分かる。

しかし、個々のジャイロスコープの共振周波数が異なっているときには上に述べたアレイセンサの効果が期待できないという課題がある。これは、アレイセンサ全体のある振動モードにおいて、振動振幅が小さなセンサが発生する懸念があるからである。図 6・4 は 4 つの基準センサを互いに連結した構造を持つ振動センサの振動モードを示したものである。連結ビームのばね定数を固くすることによって、個々のセンサとほぼ等しい共振周波数を持ってアレイ全体が

振動することが示されている（左右それぞれの列方向に配置された機械構造体がほぼ同一の振動を行っている）。

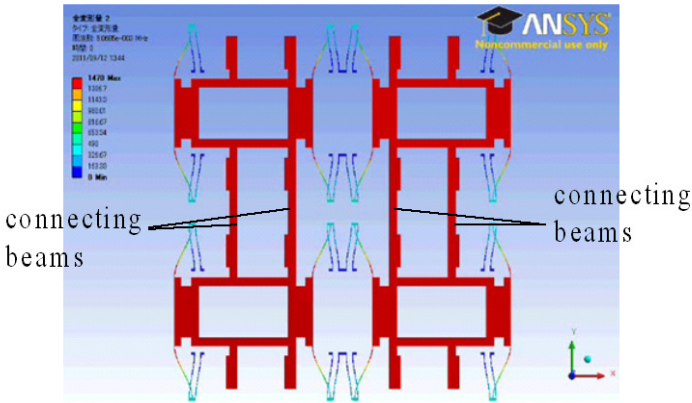


図 6・4 連結ビームによって結合したアレイ振動センサの振動モード

図 6・5 は著者のグループが作製した  $2 \times 2$  の振動センサアレイとその周波数特性の測定値を示したものである<sup>7)</sup>。アレイセンサ内部の 4 つのセンサの特性がよく揃っていることが分かる。これより、この連結アレイセンサの原理を利用するとジャイロスコプの感度を増大させることができると期待できる。

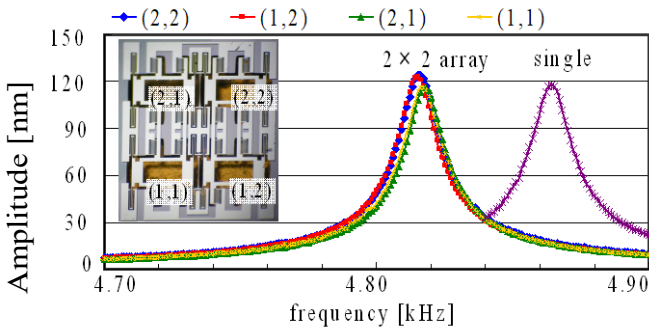


図 6・5 試作した  $2 \times 2$  の振動センサアレイとその周波数特性の測定値



## ■10 群-8 編-4 章

### 4-7 周波数安定度

(執筆者：鈴木健一郎) [2018年8月受領]

センサの入力が0のときに出力される値をバイアス誤差（ドリフト誤差）と呼び、温度変化や振動などによって発生する。圧力センサなどでいうオフセット誤差と同等のセンサ性能評価を示す指標である。センサの周波数安定度は周波数オフセットとは異なり周波数変動を計測することによって求められる。以下にジャイロ스코ープの周波数安定度の計測でよく利用される手法を述べる。

周波数変動角周波数 $\omega_0$ を持って振動しているセンサは位相雑音 $\phi(t)$ を含んでいるために、時間 $t$ のときの信号は

$$v(t) = V_0 \cos[\omega_0 + \phi(t)] \approx V_0 \cos\left[\omega_0 + \frac{d}{dt} \phi(t)t\right] = V_0 \cos\left[\omega_0 \left(1 + \frac{1}{\omega_0} \frac{d}{dt} \phi(t)\right)t\right] \quad (7 \cdot 1)$$

と表すことができる。ここで、周波数変動の割合を位相雑音を用いて

$$y(t) = \frac{1}{\omega_0} \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (7 \cdot 2)$$

と表すと、時間間隔 $\Delta\tau$ で計測されたデータを用いて、アラン分散は

$$\text{AVAR}(\Delta\tau) = \frac{1}{2(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} [y((i+1)\Delta\tau) - y(i\Delta\tau)]^2 \quad (7 \cdot 3)$$

で与えられる。 $n$  はデータの総数である。1 つ前の計測値との差をとることによって、周波数オフセットの影響が取り除かれている。図 7・1 は、アラン分散  $\log y(t)$  を  $\log \Delta\tau$  を横軸にして模式的に描いたものである。図の左側ではサンプリング時間が短いためにランダムノイズ（フリッカーノイズやホワイトノイズなど）の影響が大きくなるが、サンプル時間を長くするに従ってこの影響を除くことができる

ため分散の数値を減少させることができる。一方、図の右側ではサンプル時間が長いことからランダムノイズの影響が抑制されるが、今度はバイアス誤差の影響が顕著になる（オフセットの影響を除くために一つ前のデータとの差をとって処理しているが、サンプル時間が長くなるとこの影響が大きくなってくる）。この曲線の極小がバイアスインスタビリティを与えるもので、ジャイロ스코ープの分解能評価によく使用されている。

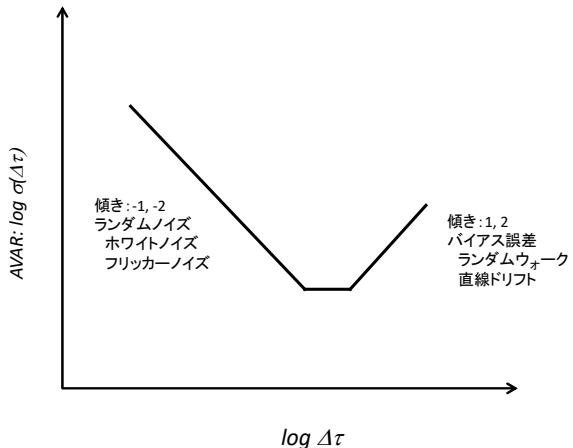


図 7・1 アラン分散と測定時間間隔との関係を示す模式図

## ■10 群-8 編-4 章

---

### 4-8 まとめ

(執筆者：鈴木健一郎) [2018年8月受領]

近年、MEMS ジャイロスコープの感度の改良は急速になされてきたが、慣性グレードに到達するには更に何桁ものオーダーで感度を拡大する必要がある。感度増大で注目される一つの手法は検出系の  $Q$  値を大きくすることである（究極的には検出系と駆動系の共振周波数を一致させることにつながる）。この場合、検出信号が増大して感度が増大するが、製品ばらつきの増大や周波数帯域が狭くなるという問題が発生するために、この手法の商品化は断念されていた。つい最近、駆動系（あるいは検出系）の共振周波数を電氣的に制御して両者の共振周波数を自動的に一致させることが利用されるようになった。この手法は、感度を飛躍的に増大させるだけでなく、周波数帯域も拡大するのにも役立っている。

## ■10 群-8 編-4 章

### 補遺 4-A 回転の角速度が時間変化する場合の検出系の変位

(執筆者：鈴木健一郎) [2018年8月 受領]

先に述べた式(3・8)は角速度が時間的に一定のときの検出系の変位であった。以下に、回転の角速度が調和振動的に時間変化する場合を考えてみよう。

駆動系が調和振動の駆動力により振動させられるとき、駆動系の質量  $M$  は、式(3・4)で表される  $X$  軸方向の変位と、式(3・6)で近似される速度を持って振動する。いま、回転の角速度が各振動数  $\omega_3$  で調和振動的に変化する場合には、角速度は

$$\Omega(t) = \Omega_0 \cos \omega_3 t \quad (4 \cdot A \cdot 1)$$

と表すことができる。回転角速度が時間的に変化するとき、コリオリ力は

$$f_c = -2m v_x \Omega(t) \approx -\frac{m F_0 \Omega_0}{\zeta_d M \omega} \cos \omega t \cos \omega_3 t = -\frac{m F_0 \Omega_0}{2 \zeta_d M \omega} [\cos(\omega + \omega_3)t + \cos(\omega - \omega_3)t],$$

$$\omega \approx \omega_{n,d} \quad (4 \cdot A \cdot 2a)$$

であり、2つの調和振動成分を持つことが分かる。

一方、回転運動の加速度による力は以下ようになる。

$$-m \dot{\Omega}(t) x \approx \frac{m F_0 \Omega_0 \omega_3}{2 \zeta_d M \omega^2} \sin \omega t \sin \omega_3 t = -\frac{m F_0 \Omega_0 \omega_3}{4 \zeta_d M \omega^2} [\cos(\omega + \omega_3)t - \cos(\omega - \omega_3)t],$$

$$\omega \approx \omega_{n,d} \quad (4 \cdot A \cdot 2b)$$

これら式(4・A・2a)及び式(4・A・2b)から、慣性質量  $m$  の加速度は以下ようになる。

$$-2\Omega(t)v_x - \dot{\Omega}(t)x \approx -\frac{F_0 \Omega_0}{2 \zeta_d M \omega^2} \left[ \left( \omega + \frac{\omega_3}{2} \right) \cos(\omega + \omega_3)t - \left( \omega - \frac{\omega_3}{2} \right) \cos(\omega - \omega_3)t \right]$$

$$\omega \approx \omega_{n,d} \quad (4 \cdot A \cdot 2c)$$

式(3・2c)の運動方程式の右辺に式(4・A・2c)の加速度を代入すると、検出系の慣性質量  $m$  の  $Y$  軸方向変位が

$$y \approx \frac{-F_0 \Omega_0}{2M \zeta_d \omega_{n,d}^2 \omega_{n,s}^2} \left[ \frac{(\omega_{n,d} + \omega_3/2) \sin(\omega_{n,d} + \omega_3)t}{\sqrt{\left\{ 1 - \left( \frac{\omega_{n,d} + \omega_3}{\omega_{n,s}} \right)^2 \right\}^2 + \left( 2\zeta_s \frac{\omega_{n,d} + \omega_3}{\omega_{n,s}} \right)^2}} + \frac{(\omega_{n,d} - \omega_3/2) \sin(\omega_{n,d} - \omega_3)t}{\sqrt{\left\{ 1 - \left( \frac{\omega_{n,d} - \omega_3}{\omega_{n,s}} \right)^2 \right\}^2 + \left( 2\zeta_s \frac{\omega_{n,d} - \omega_3}{\omega_{n,s}} \right)^2}} \right]$$

$$\omega \approx \omega_{n,d} \quad (4 \cdot A \cdot 3)$$

と求められる。ここで、検出系と駆動系の固有角振動数の差を

$$\Delta\omega = \omega_{n,s} - \omega_{n,d} \quad (4 \cdot A \cdot 4a)$$

と置くと、式(4・A・3)は以下のように近似できる。

$$y \approx \frac{-\left(\frac{F_0 \Omega_0}{2 \zeta_d M \omega_{n,d}^2}\right)}{2 \sqrt{(\Delta \omega)^2 + (\zeta_s \omega_{n,s})^2}} [\sin(\omega_{n,d} + \omega_3)t + \sin(\omega_{n,d} - \omega_3)t], \quad \omega \approx \omega_{n,d} \quad (4 \cdot A \cdot 4b)$$

ここで、 $\omega_3 \ll \omega_{n,d}$ 、 $\omega_{n,s}$  と  $\omega_{n,d} \approx \omega_{n,s}$  の関係を使用した。式(4・A・4b)より、角速度が $\omega_3$ で時間的に変化するとき、検出系の質量は $\omega_{n,d} + \omega_3$ と $\omega_{n,d} - \omega_3$ の2つの角振動数で時間変化することが分かる。通常、 $\omega_{n,d} + \omega_3$ で振動する成分は低域通過フィルタを使用して除去するので、 $\omega_{n,d} - \omega_3$ で振動する成分のみが出力信号として検出されることになる。

#### ■4 章演習問題

- [4.1] 表 1・1 に示す自動車応用慣性制御システムの仕組みをそれぞれについて調べよ。
- [4.2] 式(3・1)を導け。
- [4.3] 式(3・1)と式(3・2a)から式(3・2b)を導け。
- [4.4] 図 3・1(b), (c)の位相ベクトル図から慣性質量  $m$  の軌跡を述べよ。
- [4.5] 式(4・A・2a)を導け。
- [4.6]  $\omega_3 = 0$  のとき, 式(4・A・4b)が式(3・8a)になることを確かめよ。

#### ■参考文献

- 1) N. Yazdi, F. Ayazi, and K. Najafi : “Micromachined inertial sensors,” Proc. IEEE, vol.86, no.8, 1998.
- 2) U.-M. Gomez : “Smarter MEMS sensors for automotive and consumer applications,” Presentation slides in the 10th MEMS Engineer Forum, Tokyo, 2018.
- 3) S.D. Senturia : “Mirosystem Design,” Kluwer Academic Publishers, Boston, 2001.
- 4) M. Ogawa, Y. Miyake, H. Tanigawa, and K. Suzuki : “New Evaluation Method with no Rotational Mechanics on the Detection Circuits for Vibratory MEMS Gyroscopes,” Proceedings of the 29th Sensor Symposium, Kitakyushu City, The Institute of Electrical Engineers of Japan, pp.612-615, Oct. 2012.
- 5) STMicroelectronics, A3G4250D データ (Dec 022768 Rev3), 2012.
- 6) K. Fuwa, Z. Jin, M. Hirata, and K. Suzuki : “A Hexagonal Gyroscope Utilizing Rigidly-coupled Beams,” Proceedings of the 28th Sensor Symposium, Tokyo, The Institute of Electrical Engineers of Japan, pp.590-594, Sep. 2011.
- 7) Y. Miyake, M. Hirata, and K. Suzuki : “Mechanical Vibration Characteristics for the Driving Part in Array of Microelectromechanical Systems Vibratory Gyroscopes,” Japanese Journal of Applied Physics, vol.51, pp.097201:1-8, 2012.