

■10 群 (集積回路) - 8 編 (集積化センサとマイクロマシン)**6 章 高周波回路の基礎**

(執筆者：鈴木健一郎) [2018 年 9 月 受領]

■概要■

高周波 (RF) 回路では伝送線の構造と形状によって RF 特性が大きく変化する。このため、MEMS デバイスを利用して伝送線の構造と形状を変化させて RF 特性を制御する研究が活発になされている。本節では高周波回路の特性を記述するために基本となる伝送線路方程式と入力インピーダンスを述べる。

【本章の構成】

本章では以下について解説する。

- 6-1 はじめに
- 6-2 線路パラメータ
- 6-3 伝送線路を伝搬する電流と電圧
- 6-4 入力インピーダンス
- 6-5 インピーダンス整合
- 6-6 スタブ回路
- 6-7 散乱行列
- 6-8 まとめ
- 補遺 6-A TEM 波の伝搬
- 6 章演習問題

■10 群-8 編-6 章

6-1 はじめに

(執筆者：鈴木健一郎) [2018年9月受領]

電気回路を流れる信号の周波数が高くなると電気信号を波の伝搬として考えることが必要となる。波の振幅が場所によって異なるように、電気回路内においても電圧、電流の大きさが異なるが生じるからである。このような電気回路の振る舞いは、伝送線内に L, C, R が分布する回路モデル (分布定数回路) を考えるとよく記述することができる (低周波数における伝送線では L, C, R が場所に依存しない集中定数回路モデルでよく記述できることは周知のとおりである)。低周波回路で開発されたインピーダンスの概念を高周波回路においても適用できるようにすると、高周波回路内を伝搬する電圧、電流の振る舞いを理解するのに大変便利である。実際の高周波回路の設計ではシミュレータを使うことが多いが、高周波回路の基礎を理解することは、シミュレーションを効率良く利用するために重要である。

■10 群-8 編-6 章

6-2 線路パラメータ

(執筆者：鈴木健一郎) [2018年9月 受領]

電気回路は L, C, R の3つのパラメータに依存して電圧と電流が通過することはよく知られている。実はこれら3つの電気回路は物理の電磁気学にその基礎をおいている。ここでは、電磁気学の電場と磁場から電気回路の電圧と電流が導かれ、また、電磁気学の μ, ε, σ が L, C, R の3つの回路パラメータに関係することを述べる。

6-2-1 線路の電圧と電流

伝送線路と互いに直交する方向を持つ電界と磁界 (TEM : Transverse Electromagnetic) の波が線路に沿って進行することが電磁気のマクスウェル方程式から示される (補遺 6-A 参照)。電磁波は3次元空間に依存した関数であるが、伝送線路のような1次元空間を考えるときには、電気工学で行われているように電界と磁界のそれぞれを電流と電圧を使って線路に沿った1次元空間の関数として表すと便利である。以下に伝送線路が電流と電圧とで表現できることを示そう。

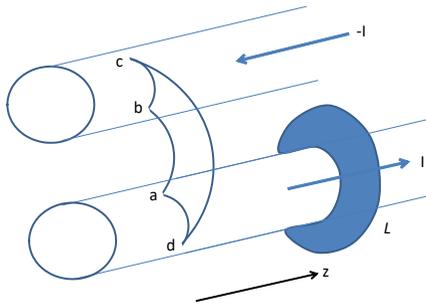


図 2・1 2本の円柱断面を持つ導線間の電磁界と電圧 V 及び電流 I との関係を示す模式図

図 2・1 は2本の円柱断面を持つ導線を示したものであり、電流 I が図に示すように2つの導線を互いに逆向きに流れている。平面 $abcd$ は z 軸と直交するようにとられている。また、図中の a と d は下側導線の表面上の任意の2点を、図中の b と c は上側導線の表面上の任意の2点を示している。このとき、ファラデーの電磁誘導の法則は以下のように表される。

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot \vec{n} dS = -j\omega\mu \int \vec{H} \cdot \vec{n} dS \quad (2 \cdot 1)$$

ここで、 $d\vec{l}$ は $abcd$ の経路にとった無限小のベクトルを \vec{n} は経路方向 (z 軸) にとった単位法線ベクトルを示している。式 (2・1) では、以下に示すハーモニック磁場の表現を使用した。

$$\vec{H}(z, t) = \vec{H}_0 \exp\{j\omega t \mp \gamma z\} \quad (2 \cdot 2)$$

ω と γ はそれぞれ角周波数と伝搬定数であり、マイナスは z 軸方向に進行する波を、プラスは $-z$ 軸方向に進行する波を表している。TEM 波の場合には式 (2・1) の右辺はゼロである ($\vec{H} \perp \vec{n}$)

ので、結局、

$$V_{ab} + V_{bc} + V_{cd} + V_{da} = V_{ab} + V_{cd} = 0 \quad (2 \cdot 3)$$

となる。ここで、 V_{ab} は ab 間の電位差を表しており、式(2・3)の第二式の導出には導体の表面上では電界の接線成分がゼロである ($V_{bc} = V_{da} = 0$) ことを利用した。式(2・3)は $V_{ab} = V_{cd}$ を示しており、これは、 z 軸に垂直な平面にある 2 本の導線上の任意の位置において導線間の電圧が一定であることを示している。電場も式(2・2)と同様なハーモニック振動を行うとすると、 V_{ab} は以下のように表すことができる。

$$V_{ab}(z, t) = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_a^b (\vec{E}_0^+ e^{j\omega t} e^{-\gamma z}) \cdot d\vec{l} = \int_a^b (\vec{E}_0^+ e^{-\gamma z}) \cdot d\vec{l} e^{j\omega t} = V^\pm(z) e^{j\omega t} \quad (2 \cdot 4a)$$

$$V^\pm(z) = \int_a^b \vec{E}_0^\pm \cdot d\vec{l} e^{\mp \gamma z} = V_0 e^{\mp \gamma z} \quad (2 \cdot 4b)$$

ここで、 $V^\pm(z)$ と V_0 は z 及び $z=0$ の位置における電圧の波の振幅である。式(2・4)は 2 つの線路の間の電圧が z 軸方向にそって進行することを意味している。なお、電圧の振幅が z 座標に依存して変化することに留意する必要がある。

次に、伝送線の周りの磁場を考えよう。図 2・1 に示すように、下側線路を横断する (z 軸に対して垂直) 方向に置かれた平面 L を考える。この平面 L において、アンペール・マクスウェルの方程式は以下のように与えられる。

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int \vec{J} \cdot \vec{n} dS + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \int \vec{J} \cdot \vec{n} dS + j\omega\varepsilon \int \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \int \vec{J} \cdot \vec{n} dS \quad (2 \cdot 5)$$

ここで、 \vec{J} は L を貫通する電流密度を表しており、式(2・5)の最後の式の導出に $\vec{E} \perp \vec{n}$ (TEM 波) を使用した。右辺の式に現れる平面 L を横切る電流密度には、線路を流れる電流 I と線路の外側を取り巻く空間に流れる電流の 2 つの成分がある。しかし、空間に流れる電流はオームの法則より $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ の関係があり、TEM 波の直交性よりこの面積分はゼロであることが分かる。この結果、式(2・5)の右辺は線路を流れる電流 $I(z, t)$ に等しくなる。したがって、式(2・2)を用いて電流を以下のように表すことができる。

$$I(z, t) = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint (\vec{H}_0^+ e^{j\omega t} e^{-\gamma z}) \cdot d\vec{l} = \oint (\vec{H}_0^+ e^{-\gamma z}) \cdot d\vec{l} e^{j\omega t} = I^\pm(z) e^{j\omega t}, \quad (2 \cdot 6a)$$

$$I^\pm(z) = \oint \vec{H}_0^\pm \cdot d\vec{l} e^{\mp \gamma z} = I_0 e^{\mp \gamma z} \quad (2 \cdot 6b)$$

ここで、 $I^\pm(z)$ と I_0 は z 及び $z=0$ の位置における電流の波の振幅である。式(2・6)は、線路を流れる電流が z 軸に沿って進行する波であることを示している。また、電流の振幅も z 座標に依存して変化する。

以上をまとめると、2 つの線路の間に誘導された電界と磁界は、電圧と電流として線路の方向 (z 軸方向) に進行する波として表現することができる。なお、回路の電流と電圧は、線路

外側の電界と磁界から生成されると考えてもよいことに注意されたい。

6-2-2 線路定数：インダクタンス，キャパシタンス，コンダクタンス

伝送線路の単位長さ当たりのインダクタンスを計算する式を求めよう。図 2・2 に示すように 2 つの線路の間に微小な長さ l の幅を持つ曲面 S (efgh) を考える。この曲面 S を貫通する磁束は、

$$\Phi(z, t) = \int_S \mu \vec{H} \cdot \vec{n} dS = \int_S \mu (\vec{H}_0 e^{j\omega t} e^{\mp\gamma z}) \cdot \vec{n} dS = (e^{\mp\gamma z} \int_S \mu \vec{H}_0 \cdot \vec{n} dS) e^{j\omega t} \quad (2 \cdot 7)$$

である。式(2・7)の \vec{n} は z 軸と直交する向きを持っている。最後の等号は l を微小な長さであるとしたので式中の z に依存する成分を積分の外に置くことができることを利用して導いた。この式と式(2・6)より、単位長さ当たりのインダクタンスは以下のように計算できる。

$$L = \frac{\Phi(z, t)/l}{I(z, t)} = \frac{\mu \int_S \vec{H}_0 \cdot \vec{n} dS / l}{\oint_C \vec{H}_0 \cdot d\vec{l}} \quad (2 \cdot 8)$$

ここで、 C は図 2・2 に示した閉曲線(平面 L の周縁)である。式(2・8)より、単位長さ当たりのインダクタンスが z 座標と時間に依存しない定数であることが分かる。

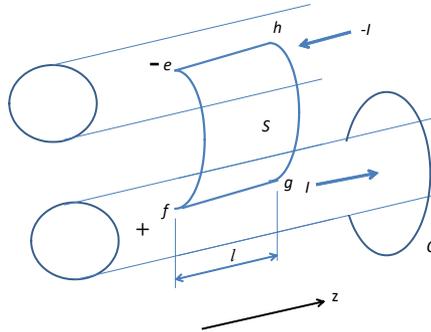


図 2・2 伝送線路が持つインダクタンス L 及びキャパシタンス C を説明する模式図

次に、伝送線路の単位長さ当たりのキャパシタンスを求めよう。図 2・3 に示すように、2 つの線路の間に電圧 V を印加し、下側の線路の外側を取り囲む微小な長さ l の幅を持つ曲面 O を考える。このとき、曲面 O 内部の線路に蓄積される電荷はガウスの法則より

$$Q(z, t) = \varepsilon \int_O \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \varepsilon \int_O (\vec{E}_0 e^{j\omega t} e^{\mp\gamma z}) \cdot \vec{n} dS = (e^{\mp\gamma z} \varepsilon \int_O \vec{E}_0 \cdot \vec{n} dS) e^{j\omega t} \quad (2 \cdot 9)$$

である。この式の最初の等号は、曲面 O の両端で線路に直交する平面ではであることを利用して求めた。この式と式(2・4)より、単位長さ当たりのキャパシタンスは以下のように計算でき

る。

$$C = \frac{Q(z,t)/l}{V_{ab}(z,t)} = \frac{\epsilon \int_a^b \vec{E}_0 \cdot \vec{n} ds / l}{\int_a^b \vec{E}_0 \cdot d\vec{l}} \quad (2 \cdot 10)$$

ここでも、伝送線路の単位長さ当たりのキャパシタンスが z 座標と時間に依存しない定数であることが示された。

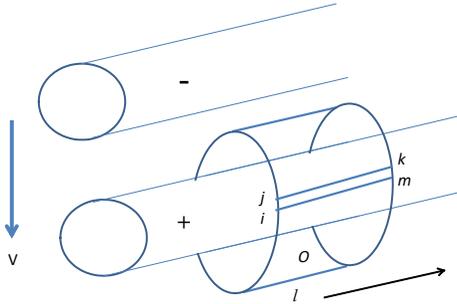


図 2・3 伝送線路が持つコンダクタンス G を説明する模式図

最後に線路間の空間に漏れ出る電流を考慮して、曲面 O を使って（式(2・5)では線路に直交する平面を考えた）線路間の単位長さ当たりのコンダクタンスを求めよう。図 2・3 に示す曲面 O の内部から外部に漏れ出る電流はオームの法則を使うと

$$I(z,t) = \int_O (\sigma \vec{E}) \cdot \vec{n} ds \quad (2 \cdot 11)$$

である。この式と式(2・4)より、単位長さ当たりのコンダクタンスは

$$G = \frac{I(z,t)/l}{V_{ab}(z,t)} = \frac{\sigma \int_O \vec{E}_0 \cdot \vec{n} ds / l}{\int_a^b \vec{E}_0 \cdot d\vec{l}} = \frac{\sigma}{\epsilon} C \quad (2 \cdot 12)$$

と表される。右辺の最後の式は式(2・10)を使用して求めた。ここでも、線路の単位長さ当たりのコンダクタンスが z 座標と時間に依存しない定数であることが示された。

以上より、線路の単位長さのインダクタンス L 、キャパシタンス C 、コンダクタンス G の各線路パラメータは、 z 軸に依存しない定数となることが分かった。また、これら線路パラメータ C, L, G は、物理定数の ϵ, μ, σ と式(2・10)、式(2・8)、及び式(2・12)に示す関係があることから、物理定数 ϵ, μ, σ に代えて線路の特性を表すのに利用することができることも明らかになった。

■10 群-8 編-6 章

6-3 伝送線を伝搬する電流と電圧

(執筆者：鈴木健一郎) [2018年9月 受領]

式(2・4)と式(2・6)に示すように電圧と電流の振幅は回路の z 座標の関数である。本節では、伝送線に沿って伝搬する $I(z)$ と $V(z)$ のそれぞれの振幅をマクスウェル方程式から導かれた回路方程式を解くことによって求めることにする。

6-3-1 伝送線路の基本方程式

図2・2の曲面 S (efgh 面) を考える。ファラデーの電磁誘導の法則より

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot \vec{n} dS = -j\omega\mu \int \vec{H} \cdot \vec{n} dS \quad (3 \cdot 1)$$

となる。ここで、 $d\vec{l}$ は efgh の経路にとった無限小のベクトルを \vec{n} は曲面 S にとった単位法線ベクトルを示している。式(3・1)の右辺は efgh 面を貫く \vec{H} があるためにゼロではない。このため、式(3・1)の右辺は、式(2・8)で $l = \Delta z$ とした式を用いると、

$$-j\omega\mu \int_S \vec{H} \cdot \vec{n} dS = -j\omega\Phi_S = -j\omega(L\Delta z)I(z + \Delta z/2) \quad (3 \cdot 2a)$$

と表すことができる。一方、

$$V_{ef} = -V(z), \quad V_{gh} = V(z + \Delta z), \quad V_{he} = V_{fg} = 0, \quad (3 \cdot 2b)$$

であるので、これより式(3・1)の左辺が計算できる。結局、式(3・1)は、

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{V(z + \Delta z) - V(z)}{\Delta z} = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \{-j\omega LI(z + \Delta z/2)\} \quad (3 \cdot 3a)$$

すなわち、

$$\frac{dV(z)}{dz} = -j\omega LI(z) \quad (3 \cdot 3b)$$

と表される。これが第一の伝送線路の方程式であるが、後に、抵抗を含めた形式に少し修正を行う。

次に、第二の方程式を以下のようにして求める。図2・3に示す曲面 ijkm を考える。ここで、直線 jk と直線 mi はほとんど位置が一致しており、互いに逆の方向を向いている。この曲面 ijkm(i) に対してアンペール・マクスウェルの方程式は以下ようになる。

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int \vec{j} \cdot \vec{n} dS + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \int \vec{j} \cdot \vec{n} dS + j\omega\varepsilon \int \vec{E} \cdot \vec{n} dS = (\sigma + j\omega\varepsilon) \int \vec{E} \cdot \vec{n} dS \quad (3 \cdot 4)$$

ここで、式(3・4)の線積分は ijkm(i) に沿って行い、面積分は曲面 ijkm(i) において行う。式(3・4)の最後の式にオームの法則を使用した。右辺最後の式は式(2・12)の G と式(2・10)の C を使って

$$(\sigma + j\omega\varepsilon) \int \vec{E} \cdot \vec{n} dS = [(G\Delta z) + j\omega(C\Delta z)]V_{ab} = [(G\Delta z) + j\omega(C\Delta z)]V\left(z + \frac{\Delta z}{2}, t\right) \quad (3 \cdot 5)$$

と表せる．ここで，式(3・5)の最後の式は式(2・4)を使って導いた．一方，式(3・4)の左辺は以下のようになる．

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_i^j \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_j^k \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_k^m \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_m^i \vec{H} \cdot d\vec{l}, \quad (3 \cdot 6)$$

ここで，右辺の第二項と第四項は互いに打ち消し合うので，式(2・6)の関係を右辺の第一項と第三項に適用すると

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_i^j \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_k^m \vec{H} \cdot d\vec{l} = I(z, t) - I(z + \Delta z, t), \quad (3 \cdot 7)$$

が得られる．以上の式(3・7)と式(3・5)を式(3・4)に代入すると

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{I(z) - I(z + \Delta z)}{\Delta z} = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} (G + j\omega C)V(z + \Delta z/2) \quad (3 \cdot 8a)$$

すなわち，

$$\frac{dI(z)}{dz} = -(G + j\omega C)V(z) \quad (3 \cdot 8b)$$

が得られる．これが求める第二の伝送線路の方程式である．

以上の式(3・3b)と(3・8b)の導出には線路を進行する I と V の波が TEM 波であることを前提にした．しかし，線路に z 方向の電流を流すには電界の z 成分 E_z がゼロでないことが必要であることを考えると， I と V は厳密には TEM 波ではないことが分かる．ここでは，煩雑な議論をさけるために，この E_z がこれに直交する電界成分 E_x, E_y に対して十分に小さいと仮定すると，上記の TEM 波の記述が妥当なものとなるとだけ述べておく．

実際の線路には抵抗が存在してエネルギー損失が発生する．この影響を取り入れると，式(3・3b)は

$$\frac{dV(z)}{dz} = -(R + j\omega L)I(z) \quad (3 \cdot 9)$$

と変形される．ここで， R は単位長さ当たりの線路の抵抗を示している．以上の式(3・8b)及び(3・9)が伝送線路の基本方程式である．これらの式から，図 3・1 に示す伝送線路の分布定数回路表現が得られる．

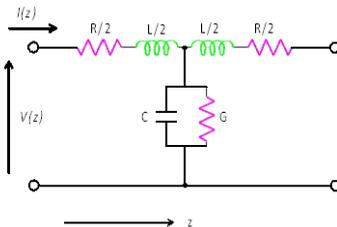


図 3・1 伝送線路の分布定数回路表現

6-3-2 電流と電圧の波

次に，2つの伝送線路の基本方程式の解を求めてみよう．式(3・9)を z で微分して式(3・8b)を代入すると以下の式が得られる．

$$\frac{d^2 V(z)}{dz^2} - \gamma^2 V(z) = 0 \quad (3 \cdot 10a)$$

$$\gamma^2 = (R + j\omega L)(G + j\omega C) \quad (3 \cdot 10b)$$

同様に、電流に対しても以下の式が得られる。

$$\frac{d^2 I(z)}{dz^2} - \gamma^2 I(z) = 0 \quad (3 \cdot 10c)$$

式(3・10)は波動方程式であり、線路の z 軸の正方向（前進）及び負方向（後進）に沿って伝搬する 2 つの波を表している。結局、伝送線路を伝搬する電圧及び電流は、それぞれ

$$V(z) = A e^{-\gamma z} + B e^{\gamma z} \quad (3 \cdot 11a)$$

$$I(z) = -\frac{1}{R + j\omega L} \frac{dV(z)}{dz} = \frac{\gamma}{R + j\omega L} (A e^{-\gamma z} - B e^{\gamma z}) = \frac{1}{Z_c} (A e^{-\gamma z} - B e^{\gamma z}) \quad (3 \cdot 11b)$$

$$\frac{1}{Z_c} = \sqrt{\frac{G + j\omega C}{R + j\omega L}} \quad (3 \cdot 11c)$$

で与えられることになる。ここで A 及び B は $z = 0$ の位置における前進及び後進の波の振幅を示している。また、式(3・11b)は式(3・9)の関係を使って式(3・11a)から導いた。式(3・10b)に示す γ は一般に複素数であり、波の伝搬特性を示すため伝搬定数と呼ばれる。電圧と電流が線路を伝搬する際、式(3・11a)及び式(3・11b)の右辺の第一項が z 軸の正方向に、第二項が負方向に伝搬する波に対応している。一方、式(3・11c)の Z_c は線路の特性インピーダンスと呼ばれるものであり、伝送線路によって決まった値を持つ。 Z_c がインピーダンスと呼ばれる理由は、式(3・11a)と式(3・11b)に示すように、 z 軸を進行する各々 2 つの波に対して電気回路のオームの法則が成り立つことから理解できる。なお、前進及び後進の 2 つの波の和から形成される電圧と電流に対してはそのインピーダンスが Z_c とならないことに注意されたい (6-4 節参照)。

伝送線路上の電圧と電流は、線路パラメータ (R, L, G, C) の関数、あるいは、 γ と Z_c の関数として、いずれでも表現することが可能である。しかし、 γ と Z_c は複素数であるから、いずれの表現にしても 4 個のパラメータによって伝送線路の特性が決められることに変わりはない。

■10 群-8 編-6 章

6-4 入力インピーダンス

(執筆者：鈴木健一郎) [2018年9月 受領]

図 3・1 に示した回路は通常左端に電源が接続されたものを表している。この座標を以下のように変更することにする。すなわち、伝送線路に接続された負荷を座標の基準点にして、負荷から電源方向に z 軸をとる (図 3・1 に示す z 軸の向きを逆にする)。このように座標を変更すると、式 (3・11a) 及び式 (3・11b) の右辺で表される波は、第一項が負荷に入射する波を、第二項が負荷から出ていく波 (反射波) を表すことになる。このことを明確に示すために、今後、以下に示す表示を用いる。

$$\begin{aligned} V(z) &= V_i e^{jz} + V_r e^{-jz} \\ I(z) &= \frac{1}{Z_c} (V_i e^{jz} - V_r e^{-jz}) \end{aligned} \quad (4 \cdot 1)$$

ここで、 V_i 及び V_r はそれぞれ入射電圧と反射電圧の振幅である。伝送線路の電圧と電流のそれぞれが位置の関数となることに注意されたい。なお、進行波を示すには式 (2・4) と式 (2・6) に示すように時間に依存した項 $e^{j\omega t}$ を付加すればよい。

次に、これら電圧と電流の間に成り立つ関係を調べることにする²⁾。伝送線路のある時間、ある位置の信号波が線路を伝搬することを考える。 z の位置における波の反射係数は、電圧の反射波と入射波との比として定義されるため、反射係数は

$$\Gamma(z) = \frac{V_r e^{-jz}}{V_i e^{jz}} = \Gamma(0) e^{-2jz} \quad (4 \cdot 2)$$

と表すことができる。ここで、 $\Gamma(0)$ は負荷の位置の反射係数を示している。入力インピーダンスは z 位置の電圧 $V(z)$ と電流 $I(z)$ の比であるので、特性インピーダンス $Z_c(z)$ で規格化して

$$z(z) = \frac{Z(z)}{Z_c(z)} = \frac{1}{Z_c(z)} \frac{V(z)}{I(z)} = \frac{V_i e^{jz} + V_r e^{-jz}}{V_i e^{jz} - V_r e^{-jz}} = \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)} \quad (4 \cdot 3)$$

と与えられる。ここで、第三の等号は式 (4・1) を使って求めた。特に、負荷の位置 ($z=0$) での入力インピーダンスは負荷そのもののインピーダンス Z_L であり、 Z_c で規格化して

$$Z_L = \frac{Z_L}{Z_c} = \frac{V_i + V_r}{V_i - V_r} = \frac{1 + \Gamma(0)}{1 - \Gamma(0)} \quad (4 \cdot 4)$$

と表される。続いて、式 (4・3) を変形すると、反射係数が入力インピーダンス $z(z)$ から

$$\Gamma(z) = \frac{z(z) - 1}{z(z) + 1} \quad (4 \cdot 5a)$$

と与えられる。 $z(0) = z_L$ より、

$$\Gamma(0) = \frac{z_L - 1}{z_L + 1} \quad (4 \cdot 5b)$$

である。

MEMS デバイスの損失が小さいため、無損失伝送線路の入力インピーダンスを考えることは実際にも役立つことが多い。無損失伝送線路では、式 (3・10b) の伝搬定数が $\gamma = j\beta$ と純虚数となる (β は位相定数と呼ばれる)。 z_L のインピーダンスを持つ負荷から l だけ離れた位置にお

る規格化入力インピーダンスは、式(4.2)と式(4.3)を使って

$$z(l) = \frac{1+\Gamma(l)}{1-\Gamma(l)} = \frac{1+\Gamma(0)e^{-j2\beta l}}{1-\Gamma(0)e^{-j2\beta l}} = \frac{1+\frac{z_L-1}{z_L+1}e^{-j2\beta l}}{1-\frac{z_L-1}{z_L+1}e^{-j2\beta l}} = \frac{z_L(1+e^{-j2\beta l})+1-e^{-j2\beta l}}{1+e^{-j2\beta l}+z_L(1-e^{-j2\beta l})} = \frac{z_L + j \tan \beta l}{1 + j z_L \tan \beta l} \quad (4 \cdot 6)$$

と表される。式(4.6)の第三式の等号では、式(4.5)と $z(0) = z_L$ を利用した。式(4.6)から、長さ l の伝送線路は負荷インピーダンス z_L を $z(l)$ に変換することが分かる。負荷インピーダンス z_L の値によって長さ l の伝送線路入力インピーダンスの特性は変化する。例えば、負荷インピーダンス Z_L が特性インピーダンス Z_c と等しい場合には、 $z(l) = 1$ である。このとき、式(4.5)より、反射係数がゼロであるため、伝送線路を入射波のみが伝搬する。

■10 群-8 編-6 章

6-5 インピーダンス整合

(執筆者：鈴木健一郎) [2018年9月 受領]

図 5・1 に示すように、特性インピーダンス Z_1 と Z_2 を持つ 2 つの伝送線路が互いに接している線路を伝搬する波を考える。インピーダンス Z_1 の線路を進行してインピーダンス Z_2 の線路に到達したときの電圧入射波と電流入射波を $V_i(t), I_i(t)$ とする。また、境界で形成される反射波と透過波の電圧と電流を $V_r(t), I_r(t)$ と $V_t(t), I_t(t)$ とする。ここで電圧と電流は

$$I_i(t) = \frac{V_i(t)}{Z_1}, \quad I_r(t) = -\frac{V_r(t)}{Z_1}, \quad I_t(t) = \frac{V_t(t)}{Z_2} \quad (5 \cdot 1)$$

の関係がある。式(5・1)の Z_1 と Z_2 は 2 つの線路の特性インピーダンスである。第二式右辺のマイナス符号は式(4・1)の符号から来ている。このとき、境界条件より

$$V_i(t) + V_r(t) = V_t(t), \quad (5 \cdot 2a)$$

$$I_i(t) + I_r(t) = I_t(t), \quad (5 \cdot 2b)$$

の関係がある。式(5・1)を式(5・2b)に代入することにより、 $V_r(t)$ と $V_t(t)$ を $V_i(t)$ の関数として表すことができる。これを用いると電圧反射係数と電流反射係数が

$$\Gamma_v = \frac{V_r(t)}{V_i(t)} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2}, \quad (5 \cdot 3a)$$

$$\Gamma_i = \frac{I_r(t)}{I_i(t)} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} = -\Gamma_v, \quad (5 \cdot 3b)$$

と求められる。また、電圧透過係数と電流透過係数は

$$T_v = \frac{V_t(t)}{V_i(t)} = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} = 1 + \Gamma_v, \quad (5 \cdot 4a)$$

$$T_i = \frac{I_t(t)}{I_i(t)} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} = 1 - \Gamma_v, \quad (5 \cdot 4b)$$

である。式(5・3a)右辺の分数の分母と分子とをインピーダンス Z_1 で割ると式(4・5a)の関係を得ることができる。反射波は信号の伝搬に悪い影響を与えるためにこれを小さくする抑えることが重要である。式(5・3)から $Z_1 = Z_2$ の関係があれば反射係数がゼロとなることが分かる。

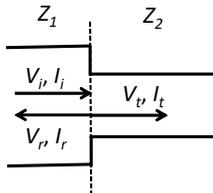


図 5・1 特性インピーダンス Z_1 と Z_2 を持つ 2 つの伝送線路が互いに接している線路を伝搬する波の模式図

次に、図 5・2 に示すように、特性インピーダンス Z_1 と Z_3 を持つ 2 つの伝送線路の間に特性

インピーダンス Z_2 を持つ長さ l の線路を挿入した系を伝搬する波を考える．ここで，図 5・2 に示すように，インピーダンス Z_1 と Z_2 の境界に原点にとった線路上に沿う方向を x 軸に設定する．インピーダンス Z_1 の線路をインピーダンス Z_2 の線路に進む電圧入射波と電流入射波を $V_{i,1}e^{j\omega t - j\beta_1 x}$ ， $I_{i,1}e^{j\omega t - j\beta_1 x}$ とする (式(4・1)参照)．2つの線路の境界で反射波と透過波が形成されることを考慮して，インピーダンス Z_1 の線路の電圧と電流の反射波を $V_{r,1}e^{j\omega t + j\beta_1 x}$ ， $I_{r,1}e^{j\omega t + j\beta_1 x}$ ，インピーダンス Z_2 の線路の電圧と電流の透過波と反射波を $V_{t,2}e^{j\omega t - j\beta_2 x}$ ， $I_{t,2}e^{j\omega t - j\beta_2 x}$ ，及び $V_{r,2}e^{j\omega t + j\beta_2 x}$ ， $I_{r,2}e^{j\omega t + j\beta_2 x}$ とする．インピーダンス Z_3 の線路には電圧と電流の透過波 $V_{t,3}e^{j\omega t - j\beta_3 x}$ ， $I_{t,3}e^{j\omega t - j\beta_3 x}$ が存在する．

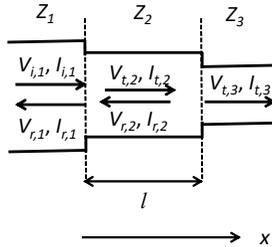


図 5・2 特性インピーダンス Z_1 , Z_2 , Z_3 を持つ 3 つの伝送線路からなる系を伝搬する波の模式図

2つの境界における境界条件は

a) $x=0$:

$$V_{i,1} + V_{r,1} = V_{t,2} + V_{r,2}, \quad I_{i,1} + I_{r,1} = I_{t,2} + I_{r,2} \quad (5 \cdot 5a)$$

b) $x=l$:

$$V_{t,2}e^{-j\beta_2 l} + V_{r,2}e^{j\beta_2 l} = V_{t,3}e^{-j\beta_3 l}, \quad I_{t,2}e^{-j\beta_2 l} + I_{r,2}e^{j\beta_2 l} = I_{t,3}e^{-j\beta_3 l} \quad (5 \cdot 5b)$$

である．電流の波を式(5・1)の関係式を使って電圧の波に変換すると，5つの電圧波に対して4つの式が得られる．これらの式からそれぞれの電圧波を $x=0$ における電圧入射波 $V_{i,1}$ の関数として求めることができる．この関係を使うと，インピーダンス Z_3 の線路を進む透過波のエネルギーとインピーダンス Z_1 の線路を進む入射波のエネルギーの比が

$$\frac{\frac{1}{2}V_{t,3}I_{t,3}^*}{\frac{1}{2}V_{i,1}I_{i,1}^*} = \frac{\frac{1}{2Z_2}|V_{t,3}|^2}{\frac{1}{2Z_1}|V_{i,1}|^2} = \frac{4Z_1/Z_2}{\left(\frac{Z_1+1}{Z_2}\right)^2 \cos^2 \beta_2 l + \left(\frac{Z_1+Z_2}{Z_2+Z_3}\right)^2 \sin^2 \beta_2 l} \quad (5 \cdot 6)$$

と計算される． $I_{i,1}^*$ と $I_{t,3}^*$ は $I_{i,1}$ と $I_{t,3}$ の複素共役である．式(5・6)で示されるエネルギーの比が 1 となる条件は多数あるが， $\beta_2 l = \pi/2$ (すなわち， $l = (\pi/4)\lambda_2$) となる場合には， $Z_2^2 = Z_1 Z_3$ である．以上の結果より，インピーダンスが異なる 2 つの線路 (Z_1 と Z_3) を接続するにはその間にインピーダンスを持つ長さ 1/4 波長の線路を挿入すると線路のインピーダンスの整合をとる (反射波を生じない) ことができることが分かる．伝送線路の途中に挿入した回路を 1/4 波長整合回路と呼ぶ．

■10 群-8 編-6 章

6-6 スタブ回路

(執筆者：鈴木健一郎) [2018年9月 受領]

分岐した回路の一部が短絡あるいは開放状態にあるときこの回路をスタブ回路と呼ぶ²⁾。伝送線路に並列に接続されたスタブ回路は回路の入力インピーダンスを変化させるために注意が必要である。例えば、スタブの長さを短く設計した MEMS スイッチを使用した回路が多く用いられているが、周波数が高くなるに従ってスタブによる悪影響が深刻になってくる。一方、スタブ回路はインピーダンス整合回路として積極的に利用されることも多い。以下にスタブそれ自体の入力インピーダンスを述べるが、伝送線路を設計するにはここで示すスタブの入力インピーダンスを伝送線路に並列に挿入して回路解析を行うという手順で回路の電気特性を計算することができる。

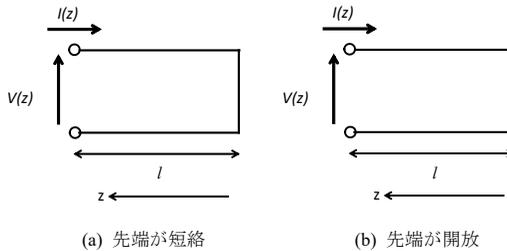


図 6・1 スタブ回路

図 6・1(a)に示す短絡した先端を持つスタブは、式(4・6)の負荷が短絡 ($z_L = 0$) した場合に相当する。このとき、長さ l を持つスタブの入力インピーダンスは

$$z(l) = j \tan \beta l = j \tan \left(2\pi \frac{l}{\lambda} \right) \quad (6 \cdot 1)$$

である。したがって、 $l = \pi/2\beta = \lambda/4$ のとき、長さ l のスタブの入力インピーダンスは無限大となる。このインピーダンスの値を式(4・5)に代入すると電圧波の反射係数が 1 となるので、このスタブへの電圧入射波と等しい大きさを持つ電圧反射波がスタブから反射されることが分かる。このため、スタブ接続点での電圧振幅は入射波の電圧振幅の 2 倍となる ($|V_i e^{j\beta l} + V_r e^{-j\beta l}| = 2V_i \sin \beta l = 2V_i$)。一方、スタブ接続点での電流振幅はゼロである ($|V_i e^{j\beta l} - V_r e^{-j\beta l}| = 0$)。スタブは反射波を生じさせるため、伝送線路に挿入するときには配慮することが必要である。しかし、 $\lambda/4$ の線長を持つ短絡スタブは入力インピーダンスが無限大であるため、伝送線路に並列に挿入しても線路に悪い影響を与えない。

次に、図 6・1(b)に示す開放した先端を持つスタブは、式(4・6)の負荷が開放 ($z_L = \infty$) した場合に相当する。このとき、長さ l のスタブの入力インピーダンスは

$$z(l) = -j \cot \beta l = -j \cot \left(2\pi \frac{l}{\lambda} \right) \quad (6 \cdot 2)$$

である。したがって、 $l = \pi/2\beta = \lambda/4$ のとき、長さ l のスタブの入力インピーダンスはゼロとなる。このとき、式(4・5)から反射係数が -1 となるので、伝送線路からスタブへの入射波と同

じ大きさの振幅を持ち、逆位相の反射波が生じることが分かる（すなわち、スタブ接続点での電圧振幅はゼロとなる）。一方、電流振幅はゼロでない。 $\lambda/4$ の線長を持つ開放スタブは、入力インピーダンスがゼロであるので、これを伝送線路に並列に挿入すると線路が短絡するという悪い影響を与える。このため、開放端を持つスタブ回路が形成されないように回路設計をする必要がある。先に述べたように、先端を短絡させた長さ $\lambda/4$ のスタブ回路は伝送線路に悪影響を与えないので、MEMS スイッチを利用した回路のようにスタブ形成が避けられない応用では、この $\lambda/4$ 短絡スタブ回路を積極的に利用してスタブの影響を除くことが行われる。

■10 群-8 編-6 章

6-7 散乱行列

(執筆者：鈴木健一郎) [2018年9月 受領]

上に述べたように、高周波回路において電圧と電流は線路の位置の関数である。このため、高周波回路の測定においては測定位置（例えば、負荷からの距離）を明示することが必要である。また、測定対象（DUT）、測定器やケーブルから多数の波の反射が発生する。このため、低周波で用いられている測定法を用いて測定を行うと測定データが複雑になるという問題が生じる。これを解決するために、高周波測定では、式(4・5)に示すように $z_L=1$ の負荷を伝送線路に接続した場合には負荷の反射がゼロになることを利用して、反射の影響を避けることが行われる。

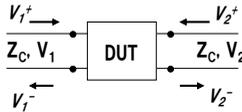


図 7・1 4 端子 (2 ポート) 回路を伝送線路に接続した系の模式図

図 7・1 は、4 端子 (2 ポート) 回路を伝送線路に接続したものの模式図である。この DUT の左から入力波 V_1^+ が入力すると、反射波 V_1^- と透過波 V_2^- が発生する。また、DUT の右から入力波 V_2^+ が入力すると、反射波 V_2^- と透過波 V_1^+ が発生する。それぞれのポートに接続される測定器の反射がゼロになるように設定されていることから、伝送線路にはこれら 4 つの波だけが存在する。4 つの電圧波は以下の S マトリックス (散乱行列) によって関連付けられる。

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \end{bmatrix} \quad (7 \cdot 1)$$

なお、受動部品のみからなる回路では S 行列は対称行列となるという性質がある (すなわち、いずれのポートから信号を入力しても S 行列は同じである)。

ポート 2 の終端を 4 端子回路の出カインピーダンスと整合 (無反射) させて、ポート 1 から信号を入力する系を考える。このとき、回路のリターンロスと挿入損失は回路を伝搬するパワーの減衰を示しており、S 行列の要素と以下の関係がある。

$$\begin{aligned} \text{Return loss (1-port)} &= -10 \log \left(\frac{P_1^r}{P_1^i} \right) = -20 \log |S_{11}| \\ \text{Insertion loss (Switch-on)} &= -10 \log \left(\frac{P_2^t}{P_1^i} \right) = -20 \log |S_{21}| \\ \text{Isolation (Switch-off)} &= -10 \log \left(\frac{P_2^r}{P_1^i} \right) = -20 \log |S_{22}| \end{aligned} \quad (7 \cdot 2)$$

ここで、 P_1 と P_2 はそれぞれのポートを伝搬するパワーであり、 P の上側の添え字はそれぞれ入射 (i)、反射 (r)、透過 (t) を示している。 P_2^r であることに注意されたい。式(7・2)のアイソレーションはスイッチの絶縁性能を示しており、この値が大きいほどスイッチの性能が良い (7 章参照)。また、スイッチの挿入損失が小さいほどスイッチの性能が良い。

■10 群-8 編-6 章

6-8 まとめ

(執筆者：鈴木健一郎) [2018年9月受領]

MEMS 技術を利用した低損失の伝送線路の特性評価が報告されている。これは、伝送線路の損失原因である誘電体損（基板ロス）と放射損失（電磁放射）を MEMS 技術を利用して低く抑制する構造を利用したものである。また、伝送線路の形状（特に長さ）を変化させることにより、広い周波数帯域に対してインピーダンス整合やフィルタなどの機能を可能にした動的な伝送線路の研究がなされている。

今日、MEMS 技術は集積回路の 3 次元実装技術として広く活用されるに至っている。今後、基板実装の高機能化に更に活用されるだろうと期待される。

■10 群-8 編-6 章

補遺 6-A TEM 波の伝搬

(執筆者：鈴木健一郎) [2018年9月 受領]

空間を伝搬する電磁波をマクスウェル方程式から導き、この解として進行方向に垂直な方向に振動するとの波があることを示そう⁴⁾。

6-2 節及び 6-3 節では積分型のマクスウェル方程式を使用した。ここでは、微分型のマクスウェル方程式を使用する。実電荷と起電力の湧口がないときにはマクスウェル方程式は以下のように表される。

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0, \quad (6 \cdot A \cdot 1a)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (6 \cdot A \cdot 1b)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (6 \cdot A \cdot 1c)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \vec{j} + \varepsilon \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (6 \cdot A \cdot 1d)$$

ここで、 \vec{E} と \vec{B} が原点からある与えられた平面までの距離 ζ だけの関数となる場（すなわち、平面波）を考えることにする。このとき、空間微係数は ζ だけの関数となり、

$$\vec{\nabla} = \vec{n} \frac{\partial}{\partial \zeta} \quad (6 \cdot A \cdot 2)$$

で与えられる。ここでは与えられた平面に垂直な方向を持つ単位長さのベクトルである。したがって、マクスウェル方程式は

$$\vec{n} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial \zeta} = 0, \quad (6 \cdot A \cdot 3a)$$

$$\vec{n} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial \zeta} = 0, \quad (6 \cdot A \cdot 3b)$$

$$\vec{n} \times \frac{\partial \vec{E}}{\partial \zeta} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (6 \cdot A \cdot 3c)$$

$$\vec{n} \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial \zeta} = \mu \vec{j} + \varepsilon \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \mu \sigma \vec{E} + \varepsilon \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (6 \cdot A \cdot 3d)$$

となる。式(6・A・3d)でオームの法則 $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ を使用した。また、式(6・A・3d)と \vec{n} のスカラ積をとると

$$\vec{n} \cdot \left(\sigma \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = 0 \quad (6 \cdot A \cdot 4)$$

が得られる。これより \vec{E} の縦成分(\vec{n} と平行な成分) E_n は

$$\sigma E_n + \varepsilon \frac{\partial E_n}{\partial t} = 0, \quad (6 \cdot A \cdot 5)$$

の関係があることが分かる。式(6・A・5)から

$$E_n = E_{n0} e^{-\left(\frac{\sigma}{\epsilon}\right)t}, \quad (6 \cdot A \cdot 6)$$

であることが導ける。静電場は原点から動径方向に向いた方向を持つので、電場の縦成分 E_n は静電場を示すものである。この電場の縦成分は、式(6・A・6)より、時間とともに指数関数的に減衰する。このため、十分な時間を経た後には電場の縦成分はゼロとなる。また、式(6・A・3a)より E_n は ζ に無関係である。

次に、式(6・A・3c)と \vec{n} のスカラー積をとると

$$\vec{n} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0 \quad (6 \cdot A \cdot 7)$$

が得られる。式(6・A・3b)と式(6・A・7)より、磁束ベクトル \mathbf{B}_n の縦成分は一樣な定常磁束ベクトル(時間及び空間に依存しない)であることが分かる。

続いて、 \vec{E} と \vec{B} の横成分(と垂直な方向)について述べる。式(6・A・3c)と式(6・A・3d)より \vec{B} を消去すると

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial \zeta^2} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0, \quad (6 \cdot A \cdot 8)$$

が得られる。式(6・A・8)は電信方程式(Equation of Telegraph)と呼ばれる。式(6・A・8)左辺の第二項は変位電流、第三項は伝導電流に起因した電場の変化を示している。 $\sigma = 0$ のときには式(6・A・8)は

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial \zeta^2} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0, \quad (6 \cdot A \cdot 9)$$

となる。これは波動方程式であり、 ζ の正負の方向に位相速度 $u = 1/\sqrt{\mu\epsilon}$ で伝搬する波を表す。

式(6・A・9)を満足するもので、調和関数的な時間変化($e^{j\omega t}$ に比例)をする解を考える。 ζ の正方向に進行する電場は

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{j(\omega t - k\zeta)} = \vec{E}_0 e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}, \quad \vec{k} = \frac{\omega}{u} \vec{n} = \frac{\omega}{u} \vec{u} \quad (6 \cdot A \cdot 10)$$

で表される。式(6・A・10)を式(6・A・3c)に代入すると

$$\vec{B} = \frac{k}{\omega} \vec{n} \times \vec{E} = \frac{1}{\omega} \vec{k} \times \vec{E} = \sqrt{\mu\epsilon} \vec{n} \times \vec{E}, \quad (6 \cdot A \cdot 11)$$

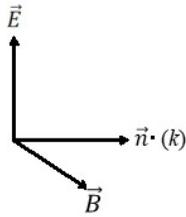
が得られる。ここで $\vec{B}(\vec{r})e^{j\omega t}$ を用いた。式(6・A・11)から \vec{E} 、 \vec{B} 、 \vec{n} (あるいは \vec{k})がこの順序で右手座標系を形成することが分かる。 \vec{E} と \vec{B} の伝搬の様子を図補 A・1 に模式的に示す。このときの電磁エネルギー密度の伝搬を表す Pointing ベクトルの時間平均は

$$\vec{N} = \overline{\vec{E} \times \vec{H}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_0^2 \vec{n} = \left(\frac{1}{2} \epsilon E_0^2\right) \vec{u}, \quad (6 \cdot A \cdot 12)$$

であることから、平面電磁波のエネルギー密度が場の速度 \vec{u} で伝搬することが分かる。

金属導体内部では σ が大きいために、式(6・A・8)の第二項(変位電流に起因する電場変化)を省略することができ、式(6・A・8)は拡散方程式となる。このため、金属内の電場は拡散によって伝搬する。波数 k を持つ媒質内の電磁場は、辺の長さ $1/k$ を持つ立方体の抵抗(k/σ)が電波インピーダンス $R_0 (= \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 376.7 \Omega)$ よりも大きいときには式(6・A・8)の変位電流の項

が最も支配的に振る舞い、波動方程式が支配的となる。逆の場合には伝導電流の項が支配的になり、拡散方程式が支配的となる⁵⁾。



図補 A・1 TEM 波の模式図

■6 章演習問題

- [6.1] 式(2・2)の伝搬定数 γ を $\gamma = \alpha + j\beta$ (α, β : 実数) のように表すとき, それぞれ α, β のパラメータはどのような意味を持つか. z 軸の正及び負の方向に波が進む場合にもこれらパラメータは同じ意味を持つことを確かめよ.
- [6.2] 図 3・1 の左端の座標を z , この位置の電圧と電流のそれぞれの振幅を $V(z)$ と $I(z)$ とし, また, 右端の座標とこの位置の電圧と電流のそれぞれの振幅を $z + \Delta z$, $V(z + \Delta z)$, $I(z + \Delta z)$ とするとき, 右端と左端のそれぞれの位置の電圧と電流の振幅の間に成り立つ関係を求めよ. 次に, Δz をゼロに近づけると, 式(3・9)と式(3・8b)が成り立つことを確かめよ.
- [6.3] $z = -z'$ として式(3・11a)と式(3・11b)の z を z' に変更した後に z' を z と表すと, 式(4・1)が導かれることを確かめよ.
- [6.4] 線密度 ρ_1 と ρ_2 を持つ2本の弦 G_1 と G_2 を互いに接続し, 張力 T でこの弦を引っ張った系を考える. ここに, 弦 G_1 から横波 $f_1(t)$ が弦の接続点に入射したとき, 反射波 $g_1(t)$ と透過波 $f_2(t)$ を $f_1(t)$ の関数として求めよ. 弦 G_1 と G_2 のそれぞれのインピーダンスは $\rho_1 c_1$ と $\rho_2 c_2$ で与えられる. c_1 と c_2 は弦 G_1 と G_2 の横波の速度で $c = (T/\rho)^{1/2}$ の関係がある. 反射係数が式(5・4b)で与えられることを確かめよ³⁾. これは, 機械系の速度が電気系の電流に対応した関係があるためである (補足 3-A 参照).
- [6.5] 式(5・6)を式(5・5)より求めよ.
- [6.6] 式(6・1)と式(6・2)を用いて, 入力インピーダンス $z(l)$ を l/λ の関数として図示せよ. $0 < l/\lambda < 1/4$ 及び $1/4 < l/\lambda < 1/2$ のそれぞれの入力インピーダンスの値から, この長さを持つスタブ回路にどのような回路素子が相当するかを述べよ.
- [6.7] 長さ l のスタブ回路の終端リアクタンス負荷 ($z_L = jx_L$) を接続したときの入力インピーダンスを求め, 式(6・1)と比較せよ.
- [6.8] 式(6・A・3a)が成り立つとき, 式(6・A・11)の関係を使って式(6・A・3b)が成り立つことを確かめよ.
- [6.9] 電磁波が真空中を伝搬するとき, 式(6・A・11)より下記の関係が磁場と電場の間に成り立つ. ここで R_0 の値と単位を求めよ. R_0 は電波インピーダンスである.

$$\vec{H} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \vec{n} \times \vec{E} = \frac{1}{R_0} \vec{n} \times \vec{E}$$

すなわち,

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{R_0} \vec{n} \times \vec{E} = \frac{1}{c} \vec{n} \times \vec{E}$$

ここで, c は真空中の光速である.

■参考文献

- 1) P.R. Karmel, G.D. Colef, and R.L. Camisa : "Introduction to Electromagnetic and Microwave Engineering," John Wiley & Sons, New York, p.305, 1998.
- 2) 内藤喜之 : "マイクロ波・ミリ波工学," コロナ社, p.11, 昭和 61 年.
- 3) 平尾雅彦 : "音と波の力学," 岩波書店, p.53, 2013.
- 4) パノフスキー・フィリップス : "電磁気学(上)," 吉岡書店, p.214, 1978.
- 5) パノフスキー・フィリップス : "電磁気学(上)," 吉岡書店, p.213, 1978.