

■12 群（電子情報通信基礎）－ 6 編（測定）

2 章 電気測定

■12群 - 6編 - 2章

2-1 直流電圧・電流測定

(執筆者：金子晋久) [2011年4月 受領]

本節では直流電圧 V 、直流電流 I 、直流電気抵抗 R の測定、主に用いられる測定器の原理、並びに直流磁界測定の概要について述べる^{1,2)}。これらの測定の基準となっているものは、「本編 1-6-5 基礎標準とその実現法—電気」に述べられる標準及び関連の標準である。

電圧 V 、電流 I 、抵抗 R の三つの量は、オームの法則 $V = I \times R$ によって相互の関係が定まっているので、これらのうちの二つの量が測定できれば、もう一つの量はオームの法則を用いて求まる。この原理を利用して実際の測定器は構成されている。三つの量のなかで R は、過去よりも測定技術の進んだ現在でも基本量の一つである。第2の基本測定量は、昔の指示計器では I であったが、近年のデジタルマルチメータなどでは V である。

2-1-1 直流電圧測定¹⁾

デジタル直流電圧計（デジタルマルチメータの V 測定レンジを含む）は、電圧計の内部にある高安定な基準直流電圧発生器による基準電圧と、測定したい入力電圧 V の比を、適切な回路を用いてパルス数に変換して計数することで V の大きさを求めている。したがって、この測定原理では、 R や I の測定は必要なく、 V を直接測定できる。

よく用いられている2重積分型アナログ/デジタル (A/D) 変換器（デュアルスロープ式 A/D 変換器とも呼ばれる）は、上で述べた直接測定の代表例である。この測定法の特徴は、A/D 変換器の進歩により、高分解能でかつ直線性がよいものが多く市販されており、最近では更に高速応答のものも多いため、測定結果がデジタルで表示されるため読み取り誤差・個人差が少ないこと、入力部は電源部やインタフェース部などと電氣的に絶縁されており、更に高インピーダンスの入力回路が用いられているため、被測定系への影響が少ないことなどが挙げられる。また、電圧のみならず、電流、抵抗、周波数など多くの量を1台で測定できる機種も多く、幅広い用途に利用できることも利点であろう。コンピュータの拡張ポート（拡張スロットなども含む）に直接接続したり組み込んだりするモジュールや、他の大型の装置の一部に組み込まれている例もあり、様々な場面で利用しやすい。

2重積分型 A/D 変換器の動作原理図を図 2・1 に示す。まず一定時間 t_1 だけスイッチが入力側に接続される。時間 t_1 は、周波数 f のクロックパルスを制御回路が $N (= f \cdot t_1)$ 個計数することによって決まる。スイッチが接続されている間に、外部からの入力電圧 V_x に比例した電流 V_x/R がキャパシタ（コンデンサ） C に流れ込み積分されるので、積分器から比較器へ出力される電圧は $-t_1 V_x / (RC)$ となる。次に制御回路からの指令により、スイッチが内部基準電圧発生器 (V_{ref}) 側に接続され、同時にカウンタがクロックパルスの計数を開始する。このとき積分器には一定電流 $-V_{ref}/R$ が流れ込み、時間 $t_2 - t_1$ の後に積分器出力電圧は正負反転するので、これを比較器で検出して制御回路に信号を送る。それをきっかけに時間 $t_2 - t_1$ の間にカウンタが計数したクロックパルスの個数 $f \cdot (t_2 - t_1)$ が記憶される。その結果、測定したい入力電圧 V_m は次の関係式で表現できる。

$$\frac{t_1 V_x}{RC} = \frac{(t_2 - t_1) V_{ref}}{RC}$$

$$V_x = \frac{(t_2 - t_1)}{t_1} V_{ref} \quad (2 \cdot 1)$$

図 2・1 の回路のパラメータには R , C , f が含まれるが, 測定結果を表す式 (2・1) 右辺には, これらのパラメータは現れない. すなわち, 多少設計値から R , C , f の値がずれていたとしても測定中十分に安定であれば, 2 重積分 (デュアルスロープ) 動作によって設計値からのずれの影響は打ち消され, 測定結果に現れないという特長がある. 図 2・1 下部には電圧値が少し低い場合 (入力電圧が V_x') の積分器の入出力の様子も点線で示している.

一方, 直接測定結果に影響を与える基準電圧 V_{ref} の値については正確さが要求される. 現在, 内部基準電圧発生器としては次に述べる構成のものが用いられている. まず, 定電圧ダイオード (ツェナーダイオード) に逆方向バイアス電流を流して降伏電圧を発生させる. 降伏電圧は環境温度の変動やバイアス電流の変動に対して鈍感な安定な直流電圧である. さらに, 降伏電圧を電圧バッファ回路に通すことで出力インピーダンスを下げるのと同時に, 必要ならばバッファ回路内の抵抗分圧回路の抵抗比を適切に調整することで出力電圧を所望の基準電圧 V_{ref} に変換している. ツェナーダイオードの降伏電圧は, 比較的安定な素子であったとしても 1 年当たり百万分の一程度は経時変化する. このため, 降伏電圧を参照して発生させた V_{ref} の経時変化率の見積は, その 5 倍から 10 倍程度の大きさになる. 以上のことから, 測定器の表示値は多少なりとも経時変化を伴う. 安全をみて 4 桁以上の精密測定を行う際には, 購入後の経時変化により表示値の偏りが大きくなっている可能性を考慮し, 測定器を校正するとともに, 必要に応じ調整を行ってから使用すべきである.

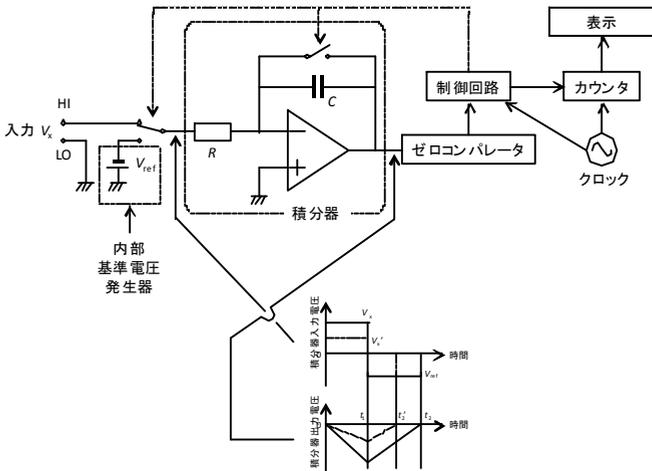


図 2・1 2 重積分型アナログ/デジタル変換の原理

2-1-2 直流抵抗測定¹⁾

ここで扱う抵抗はいわゆるオームの法則に従うものとする. その抵抗値は抵抗器に電流 I

を流し、その電圧降下 V を測定し、オームの法則を利用すること、つまり $R = V/I$ を計算することで知ることができる。図 2・2 に最も基本的な抵抗測定法である 4 端子抵抗測定の原理を示す。図 2・2 の電圧計は、入力抵抗が十分大きい、例えば前節の 2 重積分型アナログ/デジタル (A/D) 変換器などを用いる。この電圧計が抵抗器に接続されている点： A^+ 及び A^- での電圧降下を測定するために、これらの点間が抵抗の定義である。電流源や電圧計からこれらの定義点までの配線抵抗、図中の r_{1+} , r_{1-} , r_{V+} , r_{V-} は原理的に測定結果に影響を与えず、抵抗素子と素子から A^+ 及び A^- までの配線抵抗 r_+ , r_- を合わせた全体の抵抗 $R + r_+ + r_-$ が測定抵抗値となる。つまり、必要とする測定不確かさによるが、比較的低い抵抗の場合には抵抗器に直接接続された配線抵抗値やその特性を十分に考慮しておく必要がある場合もある。4 端子抵抗測定の場合にはこのように配線抵抗の影響を極力防ぐことができ高精度測定に向いているが、4 本の測定導線を抵抗器の近くまで配線する必要がある。電流源と電圧源を別途用意しても良いが、電流源と電圧源が一体化した 4 端子測定用の抵抗計も市販されている。

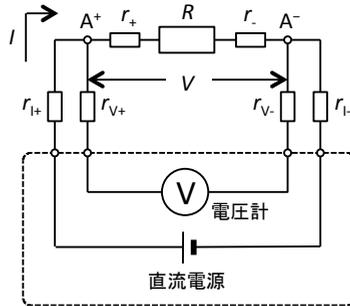


図 2・2 4 端子抵抗測定の原理

しかし、高い抵抗、例えば $M\Omega$ 以上の場合にはこの配線抵抗がほとんど影響を及ぼさない場合が多い。そのような場合には 2 端子測定が可能である。その原理を図 2・3 に示す。2 端子測定の場合には電源と電圧計が一体の装置を利用し、抵抗器には二つの導線しかつながない。つまりそれら 2 本の導線の抵抗、 r_{line+} , r_{line-} が直接抵抗値に加算されることになる。これは、 $M\Omega$ レベルより低い抵抗値の測定でも、不確かさが大きくても良い場合にはしばしば利用される手法であり、測定器の取り扱いも容易である。

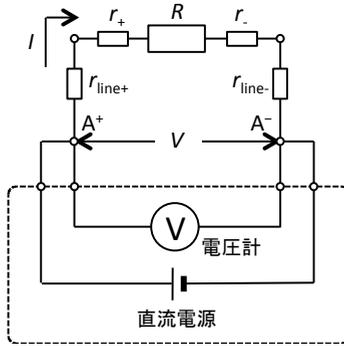


図 2・3 2 端子抵抗測定の実理

また、抵抗温度計による正確な温度測定などの場合には測定場所（温度計の設置場所）と計測器の距離が長いことも多い。またケーブルのコストの低減の必要があることも多く、これらの矛盾する条件を克服するために 3 端子抵抗測定という方法もある。これは、工業用途での精密温度計測に用いられており、現在も広く用いられている。その原理を図 2・4 に示す。この図から分かるように、測定装置内部にブリッジ回路をもっており、ブリッジがバランスするように可変抵抗の値 R_B を調整すると、被測定抵抗（例えば、抵抗温度計 Pt100 の場合、 $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ で $100\ \Omega$ 程度）が可変抵抗 R_B に等しくなる。しかし、上記の 4 端子式に比べるとメリットは少ない。3 本の配線抵抗 r_{line} がほぼ同じである必要があり、実際に精度を上げようとすると導線のコストも上昇する。また、上述のように測定器側にブリッジ回路も必要である。この方法はひずみゲージでのひずみ測定にも用いられるが、温度測定の場合と同様、敷設された配線は頻繁な再設置を想定していないことも多い。適切に設計された配線を安定な状態に保てれば精度の高い測定を再現性よく行うことが可能である。3 本の配線間の抵抗差が測定精度に直接影響するので、例えば日光などに暴露される環境では 3 本の被覆の色もそろえるなどの工夫も必要である。また、3 端子式の測定原理は、ほかの目的にも利用されるがここでは割愛する。

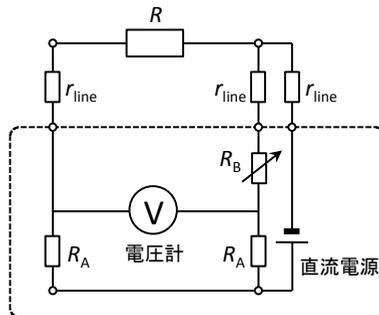


図 2・4 3 端子抵抗測定の実理

蛇足ではあるが、抵抗に電流を流さなくともその抵抗値を知る手段は理論的にはいくつかある。例えば抵抗が発生する熱雑音（ジョンソン・ナイキストノイズ）はボルツマン定数 k 、抵抗器の温度 T 、測定帯域 Δf を用いて、 $\langle V^2 \rangle = 4kTR\Delta f$ で表すことができる。この等式を用いると、抵抗体の温度を知っておけば、その抵抗体のある周波数帯域のノイズを正確に測定することでその抵抗値を知ることができる。逆に、抵抗値が分かれば温度の測定にも用いることができる。しかしこのような手段は、基礎物理の実験では用いられ、それ自体物理学的研究対象であるが、産業応用としては一般的ではない。また、ショットノイズやオームの法則に従わない抵抗の場合にも様々な理論・実験があるがここでは議論しない。

2-1-3 直流電流測定¹⁾

現在広く用いられているデジタルマルチメータの電流 (I) 測定レンジは、測定したい入力電流をデジタルマルチメータ内の基準抵抗器に通電し、発生する電圧降下 V を 2-1-1 項で示した 2 重積分型 A/D 変換器などで測ることで電流を測定している。これは、オームの法則 $I = V/R$ において右辺の二つの測定量から左辺を求めることに相当しており、電流測定の基本量が電圧 V と抵抗 R であることが分かる。測定系によらず電圧計には測定可能最大電圧の制約が存在するので、大きい電流を測る場合は、抵抗 R の小さい内部基準抵抗器に切り替えて測定するか、並列抵抗を接続して分流させうえて測定する必要がある。したがって、電流の測定レンジが大きいほど入力インピーダンスが小さく、電流の測定レンジが小さいほど入力インピーダンスは大きくなる傾向がある。

微小電流（電流が 1 pA 程度以下）の測定法として、静電容量 C が既知のキャパシタに電流を T 時間流して充電し、積分された電荷によって励起される電圧 V を測ることで、 $I = C \cdot V/T$ から時間平均電流 I を測定する方法も実施されている。この原理は逆に高抵抗を計るときにも利用される。

また、指示計器と呼ばれるアナログ器機も電流測定に利用される。これは、磁界中に設置した可動コイルに電流を流したとき可動コイルに働くトルクと、この可動コイルに取り付けた渦巻バネの制御トルクがバランスしたとき、その位置は電流値に依存することを利用したものである。実際には、可動コイルにつけた針の位置が電流に比例するよう設計される。しかしデジタル器機が多く利用されるようになってからは利用頻度が低い。

2-1-4 直流磁界測定

(1) ホール素子

ホール (Hall) 電圧は、固体に流れる電流と測定磁界の両方に直行する方向に発生する。ホール素子は厚さ数マイクロメートルの半導体でつくられており、そのホール電圧はホール素子の電流面に直交する磁束密度成分に比例する。またその原理から直流の磁界も測定可能である。ホール電圧は半導体の移動度（易動度）に比例するため、移動度の大きい III-V 族化合物であるガリウム・ヒ素 (GaAs)、インジウム・アンチモン (InSb)、インジウム・ヒ素 (InAs) を用いることが多い。InSb は移動度が高く (78 000 [cm²/(V·S)] 程度)、感度が高いが、バンドギャップが小さいため温度特性が悪い。一方 GaAs は移動度は低い (8 500 [cm²/(V·S)]) が、バンドギャップが大きいため温度特性が良い。InAs はその中間的な性質である。ホール素子は作製時の素子の不均一などの原因で測定磁界がゼロの場合にもオフセ

ット電圧が発生することが多く、精密な計測が必要な場合には注意が必要である。ホール素子は比較的強い磁場の測定に向いており、車載機器、モータの回転検出、直流電流の測定など広い用途がある。三つのホール素子を直交するかたちに設置することにより、磁場の向きも検出可能となる。

(2) プロトン核磁気共鳴磁力計

プロトン（陽子）核磁気共鳴磁力計は限られた範囲の磁界を高精度で測定できる磁力計であり、その原理にプロトンの核磁気共鳴（NMR, Nuclear Magnetic Resonance）を用いる。共鳴に用いる物質は水素（プロトンは水素の原子核）を多く含むものであればよく、炭化水素類や水などを用いるのが一般的である。測定プローブはそのような物質をソレノイドコイル中に設置した構造になっている。測定磁界のなかにプローブを設置し、ソレノイドコイルを励磁する。プロトンのスピンは励磁方向にそろう。励磁した磁場を切ると、プロトンのスピンは測定磁場の大きさに比例した周波数の歳差運動を始める。その歳差運動により発生する回転磁界を共鳴検出用コイルで検出し、周波数を求めることで、磁界測定を可能にしている。核磁気共鳴周波数と磁場との比例関係： $f = \mu_0 \gamma_p H / (2\pi)$ は真空の透磁率 ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$)、測定は通常空気中であるが透磁率はほぼ真空中と同じとプロトンの磁気能率 (γ_p) だけ、つまり普遍的な基礎物理定数で決まることと、その測定不確かさは 1 ppm にも達するため標準としての利用が可能である。均一な磁界を発生させるヘルムホルツコイルなどの磁場をプロトン磁力計で校正し、そのコイルで広い範囲の磁場を発生させ、別の汎用磁界測定器を校正することが普通である。

(3) 超伝導量子干渉素子

超伝導量子干渉素子（SQUID, Superconducting QUantum Interference Device）は、ジョセフソン接合（超伝導/絶縁体/超伝導のトンネル接合、絶縁体部分は極めて薄い）を用いた磁気センサであり、一般に市販されている磁気センサとしては最高の分解能を有する。そのノイズレベルは数 $\text{fT}/\sqrt{\text{Hz}}$ 程度、実験レベルのものでは $1 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$ 未満であり、周波数帯域は直流から MHz 帯である。微弱磁場計測の分野では脳磁場（脳磁計（MEG, magnetoencephalograph））、生体磁気、物性評価などに用いられる。磁気センサとしての機能を微小電流計測として利用する技術も進んでおり、低温検出器出力の読み出し、電気標準への応用がある。

SQUID の素子構造と駆動回路の一部を図 2・5 に示す。SQUID 自体は超伝導体のリングであり、そのリングの 2 箇所にジョセフソン接合（図中の×印）をもつ（dcSQUID）。図 2・6 に示すように、リングに一定電流 I_0 を流したとき、超伝導リングの内部を貫く磁場の大きさ Φ_{ext} に対し、リングに発生する電圧 V は磁束量子 $\Phi_0 (= 2.07 \times 10^{-15} \text{ Wb})$ の周期で周期的な振る舞い（ Φ - V 曲線）をする。このカーブの傾きが最大になる場所で外部磁場に対応するフィードバック磁場 Φ_{FB} をかけ、リング内の磁束を一定に保つように制御し、動作点として利用する。この制御の結果、極めて高感度な磁気センサとして機能する。また、ピックアップコイル（図 2・5 のフラックストランスフォーマーのうち、外部磁界を検出する部分のコイル）の形状は目的に応じ様々なものが開発されている。dcSQUID とは別に、超伝導リングの 1 箇所にジョセフソン接合を持つ rfSQUID もある。rfSQUID は感度の面では劣るが外乱には強いという特徴がある。しかしその名前から分かるように、rf 共鳴回路を必要とする。

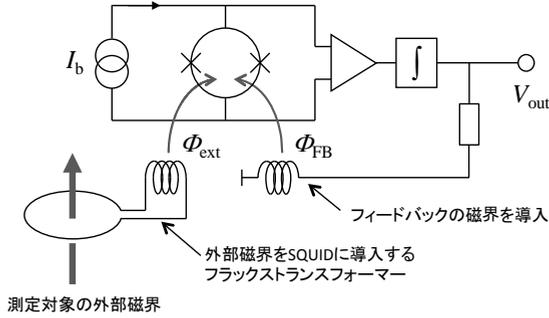


図 2・5 超伝導量子干渉素子とその駆動原理

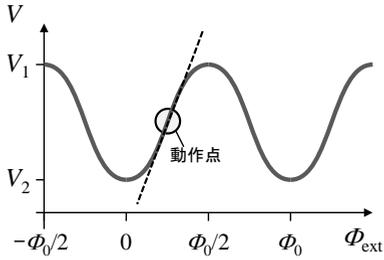


図 2・6 超伝導量子干渉素子の磁束-電圧 (ϕ - V) 曲線

■参考文献

- 1) 菅野 允, “精密電気計測,” コロナ社, 1994.
- 2) 原 宏, 塩田ふゆひこ, 遠藤 忠, 小柳正男, 三木幸信, “量子電磁気計測,” 社団法人電子情報通信学会, 1991.

■12 群 - 6 編 - 2 章

2-2 交流電圧・電流測定

(執筆著：藤木弘之) [2008 年 10 月 受領]

交流電圧・電流標準は周期的に変化している電圧・電流の実効値を用いて定義されている。ここで、交流とは、その電圧・電流の大きさが時間と共に変化し、それらの向きも時間と共に逆方向に変化する電圧・電流のことである。向きが変わらないものは脈流と呼ばれる。また、時間と共に変化している電圧・電流の実効値は、直流電圧・電流のとき抵抗 R で消費される平均電力 P と等しい値であると定義される。

抵抗 R に直流電圧・電流 V_{dc} 、 I_{dc} が印加されているとき、電力 P は次のように表される。

$$P = \frac{V_{dc}^2}{R} = RI_{dc}^2 \quad (2 \cdot 2)$$

交流電圧 V_{ac} が周期 T をもつとき、平均電力 P は、

$$P = \frac{1}{R} \left[\frac{1}{T} \int_0^T \{V(t)\}^2 dt \right] = \frac{\{V_{ac(rms)}\}^2}{R} \quad (2 \cdot 3)$$

また、交流電流 I_{ac} が周期 T をもつとき、平均電力 P は、

$$P = R \left[\frac{1}{T} \int_0^T \{I(t)\}^2 dt \right] = R \{I_{ac(rms)}\}^2 \quad (2 \cdot 4)$$

で表され、ここで、

$$V_{ac(rms)} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \{V(t)\}^2 dt} \quad (2 \cdot 5)$$

$$I_{ac(rms)} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \{I(t)\}^2 dt} \quad (2 \cdot 6)$$

である。この定義に基づくと、交流の実効値と直流の値を比較でき、直流電圧から交流電圧が導かれることになる。

交流電圧・電流は、比較器（交直変換器）を介して、直流電圧・電流と比較することによって測定することができる。現在最も精度良く交流の測定をする方法は、**図 2・7** にみられる熱電型交直変換素子（サーマルコンバータ素子：TE）を用いて、直流と交流の電気エネルギーをジュール熱に変換し、それら実効値を比較測定する方法である。比較法に基づく測定法は、交直変換方法と呼ばれ、直流電圧・電流から交流電圧・電流への変換誤差に相当するものを交直差と呼んでいる。

サーマルコンバータ素子（**図 2・7**）は、ヒータ線と熱電対から構成されている。ヒータ線に交直電圧電流を入力し、ヒータ線で発生した熱を熱電対の出力電圧で測定し、交直差を測定する。熱電対は電氣的絶縁をとるため、ガラスビーズを介してヒータ線に取り付けられている。ヒータ線は、浮遊インダクタンスや容量、表皮効果の影響を抑えるため、細くて短い構造となっている。材質には、室温付近で抵抗値の温度係数が小さい NiCr 系合金が使用されている。ヒータ線と熱電対部分は、熱的絶縁のため、真空ガラス球の中に封入されている。サーマルコンバータの交直差は、交流の漂遊効果のみに起因するのではなく、直流印加時に、

電流が一方方向だけに流れることにより、ヒータ線の温度分布が不均一になって起こる Thomson 効果や、ジュール熱以外の発熱/吸熱が生ずる Peltier 効果によっても交直差(熱的交直差)をもたらす。これら交直変換器の交直差を測定することが交流電圧・電流を測定することに相当する。

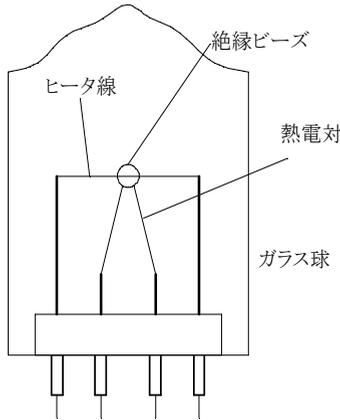


図 2・7 熱電型交直変換素子(サーマルコンバータ素子: TE)

2-2-1 交流電圧測定

交直電圧を比較測定する交直変換器の交直差を測定することで、交流電圧が導かれるが、交直変換器の交直差 δ は次のように定義されている¹⁾。

交直変換器の出力(E)が、交流電圧と正逆直流電圧で等しい出力($E_{ac} = E_{+dc} = E_{-dc}$)を与える場合の変換器への入力電圧を、交流と正逆直流で、それぞれ V_{ac} 、 V_{+dc} 、 V_{-dc} とすると、 δ を

$$\delta \equiv \frac{V_{ac} - \bar{V}_{dc}}{V_{dc}} \Bigg|_{\bar{E}_{dc} = E_{ac}} \quad (2 \cdot 7)$$

で定義する。

ここで、 V_{+dc} と V_{-dc} は、Thomson 効果及び Peltier 効果などにより、一般的に一致せず(リバーサルエラー)、直流電圧実効値として、正逆入力直流電圧平均実効値 $\bar{V}_{dc} = (V_{+dc} + V_{-dc})/2$ が定義されている。また、 $\bar{E}_{dc} = (E_{+dc} + E_{-dc})/2$ である。

実際の熱型の交直変換器(サーマルコンバータ: TC)は図 2・8 に示されるように分圧用の抵抗器(レンジ抵抗器)とサーマルコンバータ素子(TE)が直列に接続され、これらが交流電圧印加時の電氣的境界を決めるため金属でシールドされている。このように、交直差の測定は、サーマルコンバータ素子のみで決まるのではなく、金属シールドの形状やレンジ抵抗器にも依存することに注意する。測定電圧範囲の拡張は、レンジ抵抗器の抵抗値を調節して行われる。

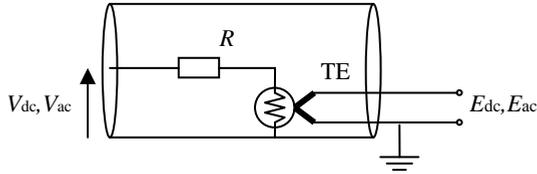


図 2・8 電圧用交直変換器（サーマルコンバータ：TC）

理想的な交直変換器の場合、入力電圧 $\bar{V}_{dc} = V_{ac}$ に対し、 $\bar{E}_{dc} = E_{ac}$ であり、 $\delta = 0$ である。しかし、実際の交直変換器においては浮遊インダクタンスや容量のため、 \bar{V}_{dc} と V_{ac} は多くの場合一致せず交直差をもつ。交直差（交流電圧）の測定として望まれる交直変換器は δ が小さく安定していて、かつ δ の見積りが可能な変換器であり、精密測定には熱型の交直変換器が普及している。これら交直差の測定は、交直差が周波数 1 kHz 付近で、0 となるように設計されたマルチジャンクションサーマルコンバータ²⁾を用いて比較測定³⁾する方法や、ファスト・リバース DC 法（Fast-Reversed DC：FRDC）^{3,4)}を用いて、サーマルコンバータの有する熱的交直差を測定する方法がある。

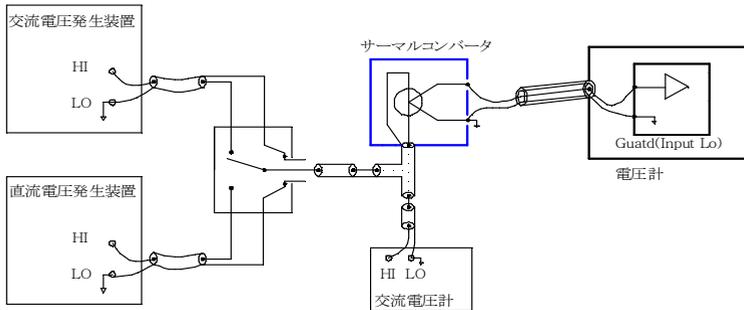


図 2・9 交流電圧測定回路図

交直変換器を用いた交流電圧測定の基本的な回路図は図 2・9 である。交流電圧計と交直変換器は並列に接続され、同じ電圧が同時に印加され、交直変換器からの出力電圧を電圧計で測定する。交直変換器の入出力特性が線形であるとする、直流電圧 \bar{V}_{dc} を入力したときの交直変換器の出力が \bar{E}_{dc} のとき、任意の直流電圧 \bar{V}_{xdc} は、そのときの出力値 \bar{E}_{xdc} を用いて次のように表される³⁾。

$$\bar{V}_{xdc} = \bar{V}_{dc} \left(1 + \frac{\bar{E}_{xdc} - \bar{E}_{dc}}{\bar{E}_{dc}} \right) \quad (2 \cdot 8)$$

一方、交流電圧は、式(2・7)より、

$$V_{ac} = \delta \bar{V}_{dc} + \bar{V}_{dc} = \bar{V}_{dc}(1 + \delta) \quad (2 \cdot 9)$$

である。 \bar{V}_{dc} は交直変換器の出力が $\bar{E}_{dc} = E_{ac}$ となる直流電圧であるので、 \bar{V}_{dc} に対応する交流電圧 V_{xac} は次のように求められる。

$$V_{xac} = \bar{V}_{dc} \left(1 + \frac{\bar{E}_{xac} - \bar{E}_{dc}}{\bar{E}_{dc}} \right) (1 + \delta) \quad (2 \cdot 10)$$

ここで、基準とする電圧 V_{0dc} を入力した場合の、交流電圧計の測定値 V_{0ac} は、

$$V_{0ac} = V_{0dc} (1 + \varepsilon_{dc} + \delta) \quad (2 \cdot 11)$$

となる。ここで、

$$\varepsilon_{dc} = \frac{V_{0dc} - \bar{V}_{dc}}{\bar{V}_{dc}} \quad (2 \cdot 12)$$

である。このように、交直変換器の交直出力値と交直差、及び、直流電圧の真の値からの補正值 ε_{dc} を測定することで、交流電圧が精密に測定される。

2-2-2 交流電流測定

この節では、交直変換器を用いた交流電流測定について説明する。

交流電流用の交直変換器は図 2・10 のように、サーマルコンバータ素子 (TE) と分流用の抵抗器 (シャント抵抗) が並列に接続されている。シャント抵抗の抵抗値を変えて、電流範囲を拡張する。

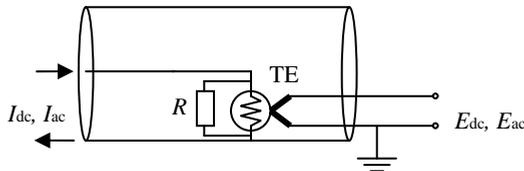


図 2・10 電流用交直変換器 (サーマルコンバータ; TC)

交流電流の交直変換器の交直差 δ も電圧のときと同様に以下の式で定義される¹⁾。

$$\delta \equiv \left. \frac{I_{ac} - \bar{I}_{dc}}{\bar{I}_{dc}} \right|_{E_{dc}=E_{ac}} \quad (2 \cdot 13)$$

ここで、交流電流と正逆直流電流で等しい出力 ($E_{ac} = E_{+dc} = E_{dc}$) を与える場合の変換器への入力電流を、交流と直流で、それぞれ I_{ac} 、 I_{+dc} 、 I_{dc} とする。 $\bar{I}_{dc} = (I_{+dc} + I_{dc})/2$ 及び、 $\bar{E}_{dc} = (E_{+dc} + E_{dc})/2$ である。電流の交直差の測定は、電圧のときと同じく、マルチジャンクシオンサーマルコンバータ²⁾を用いて比較測定³⁾する方法や、ファスト・リバース DC 法 (Fast-Reversed DC: FRDC)^{3,4)}を用いて、サーマルコンバータの熱的交直差を測定する方法がある。

交流電流は交直差が既知の交直変換器を用いて測定可能である。図 2・11 に示した回路で、交流電流発生器の交流電流を測定する。

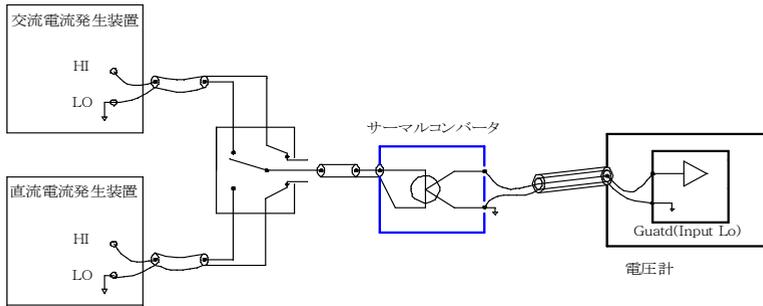


図 2・11 交流電流測定回路図

交直変換器に入力された交流電流は交直変換器の交直差の式(2・13)を用いて、次式のように書ける。

$$I_{ac} = \delta \bar{I}_{dc} + \bar{I}_{dc} = \bar{I}_{dc}(1 + \delta) \quad (2 \cdot 14)$$

ここで、 \bar{I}_{dc} は交直変換器の出力が $\bar{E}_{dc} = E_{ac}$ となる直流電流である。入力直流電流は二次の項以降を無視すると、

$$\bar{I}_{dc} = I_{ac}(1 - \delta) \quad (2 \cdot 15)$$

となる。

また、入力直流電流 \bar{I}_{dc} に対する基準値 I_{0dc} からの差 ε_{dc} を次のように表す。

$$\varepsilon_{dc} = \frac{I_{0dc} - \bar{I}_{dc}}{\bar{I}_{dc}} \quad (2 \cdot 16)$$

基準値 I_{0dc} は、 ε_{dc} を用いて、

$$I_{0dc} = \bar{I}_{dc}(1 + \varepsilon_{dc}) \quad (2 \cdot 17)$$

である。 $I_{0dc} = I_{0ac}$ となる I_{0ac} は、

$$\begin{aligned} I_{0ac} &= \bar{I}_{dc}(1 + \varepsilon_{dc}) \\ &= I_{ac}(1 - \delta)(1 + \varepsilon_{dc}) \end{aligned} \quad (2 \cdot 18)$$

よって、交直変換器に入力された交流電流は、二次の項以降を無視すると、

$$I_{ac} = I_{0ac}(1 + \delta - \varepsilon_{dc}) \quad (2 \cdot 19)$$

と測定される。このように入力された真の交流電流が、直流電流の補正値 ε_{dc} の測定、及び、交直差から測定できる。

■参考文献

- 1) B.D. Inglis, "Standard for ac-dc transfer," *Metrologia.*, vol.29, pp.191-199, 1992.
- 2) M. Klonz and T. Weimann, "Accurate thin film multijunction thermal converter on a silicon chip," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol.38, pp.335-337, 1989.
- 3) H. Sasaki and K. Takahashi, "Development of a high-precision AC-DC transfer standard using the FAST-Reversed DC method," in *Researches of the Electrotechnical Laboratory*, no.989, June 1999.
- 4) M. Klonz, G. Hammond, B.D. Inglis, H. Sasaki, T. Spiegel, B. Stojanovic, K. Takahashi and R. Zirpel, "Measuring thermoelectric effects in thermal converters with a fast reversed dc," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol.44, pp.379-382, 1995.

■12群 - 6編 - 2章

2-3 インピーダンス測定

(執筆者：坂本憲彦) [2008年9月 受領]

交流電気回路におけるインピーダンスの測定についてはこれまで多様な手法が考案されてきたが、集中定数回路として扱える可聴周波数帯以下の直流・低周波での測定と、分布定数回路として扱う高周波での測定とはその手法に大きな違いがある。ここでは商用周波数から可聴周波数帯でのインピーダンス測定を対象とする。

インピーダンス測定における被測定要素は、交流抵抗器、キャパシタ（コンデンサ）、インダクタのいわゆる交流回路素子だが、実際には純粋な素子というものはなく、例えば交流抵抗器は抵抗導体をもつ自己インダクタンス、導体線間や周囲回路との間にあるキャパシタンスなどが内在するため不純成分（抵抗器の場合はリアクタンス成分）が必ず存在する。また測定周波数や周囲との電磁気的相関など様々な要因で測定値が変化するため、直流にはない測定技術が必要となっている。

インピーダンスは電流-電圧伝達特性であるため、電流計と電圧計を用いた電流電圧計法であれば原理的には測定可能である。しかし偏位法であるこの測定法では、簡易的な測定に限定される。本稿では最も代表的な測定法であるブリッジ法を中心に説明する。ブリッジ法は基本的に零位法であるため、精密測定に適する。ただ一口にブリッジ法といっても、用途に応じて多様な回路が提案されてきた。ここではまず、インピーダンス測定に普遍的な測定法について説明し、各節において交流抵抗、キャパシタンス、インダクタンスの測定の実際について概説する。

(1) 四辺ブリッジによる測定法

交流四辺ブリッジの基本回路を図 2・12 に示す。 \dot{E} は交流電源、 D は交流の検出器、 \dot{Z}_1 、 \dot{Z}_2 、 \dot{Z}_3 、 \dot{Z}_4 は複素インピーダンスである。電源には正弦波発振器を、また検出器にはロックイン増幅器などの、信号周波数を選択的に増幅する装置を用いることが多い。信号周波数は一般的に 1000 Hz または 1592 Hz ($\omega \approx 10^4 \text{ rad s}^{-1}$) である¹⁾。ブリッジの平衡条件は、直流のホイートストンブリッジの場合と同様、次式で表される²⁾。

$$\dot{Z}_1 \dot{Z}_2 = \dot{Z}_3 \dot{Z}_4 \quad (2 \cdot 20)$$

いま、 $\dot{Z}_i = R_i + jX_i$ ($i = 1, 2, 3, 4$) とすると、式(2・23)が成立するには、

$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \quad (2 \cdot 21a)$$

$$X_1 X_4 = X_2 X_3 \quad (2 \cdot 21b)$$

の二つの平衡条件が同時に成立しなければならない。このためブリッジの平衡をとるためには少なくとも二つの素子が可変で調整できる必要があり、各素子の安定性も要求される。また、対地アドミタンスとリード線のインピーダンスの影響の除去が困難であるなど問題も多く、精度が要求される測定では、四辺ブリッジは近年あまり利用されていない³⁾。

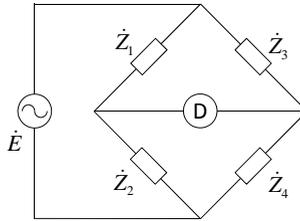


図 2・12 四辺ブリッジ

(2) 変成器ブリッジによる測定法

四辺ブリッジのうち, 図 2・13 に示すように二辺を二つの電源で置き換えた回路を半ブリッジという⁴⁾. この 2 電源を, 図 2・14 の回路のように変成器の二次巻線により実現した場合の半ブリッジを変成器ブリッジという¹⁾. 変成器には,

- ・電圧比は巻数比にほぼ等しい
- ・入力インピーダンスが高く, 出力インピーダンスが低い
- ・周囲温度や湿度の影響をほとんど受けず, また経年変化は極めて小さく, 機械的衝撃にも強い

などの特徴がある²⁾. これにより, 変成器ブリッジは, 以下の平衡条件を比較的安定的に実現することが可能である.

$$\frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_b} = \frac{\dot{V}_a}{\dot{V}_b} = \frac{N_a}{N_b} \quad (2.22)$$

ここで \dot{V}_a/\dot{V}_b は変成器二次側二巻線の端子電圧の比, N_a/N_b は各巻線の巻数比. なお \dot{Z}_a, \dot{Z}_b は同種のインピーダンス素子とする. 理想的な電圧比は, 巻数比に応じて比較的容易に実現することができることから, 変成器ブリッジは, 四辺ブリッジのうち二辺を安定な 2 素子 (\dot{Z}_1 と \dot{Z}_2) で形成したことに相当する. また原理上, 対地アドミタンスが測定に影響しない¹⁾. 更に, 後述する複素電圧調整装置を付加することにより, 被測定素子以外の残りの 1 素子が固定値でよいから, 例えばこれに高安定な参照標準器などを用いれば, 安定かつ高精度に測定を実施することができる. ちなみに四端子対定義に基づいた同軸構造の精密変成器ブリッジが提案されて以降, 国家標準レベルの精密測定にはこの四端子対インピーダンスブリッジが用いられるようになった⁵⁾.

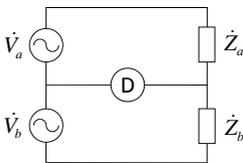


図 2・13 半ブリッジ

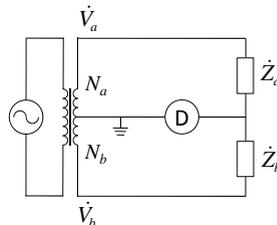


図 2・14 変成器ブリッジ

(3) その他の測定法

インピーダンス測定には、ブリッジ法のほかにもいくつかの測定法があるが、近年では、自動化インピーダンス測定装置が汎用測定器の主流となってきている。これは電子回路を利用した装置で、測定原理を図 2・15 に示す¹⁾。R_S に既知の抵抗器 (参照標準抵抗器) を用い、Z_X と直列接続する。増幅器の入力インピーダンスが十分高いため、Z_X と R_S に流れる電流は同じである。ベクトル電圧比計で $\dot{E}_X / \dot{E}_S = x + jy$ を測定することで、最終的に Z_X が求まる。

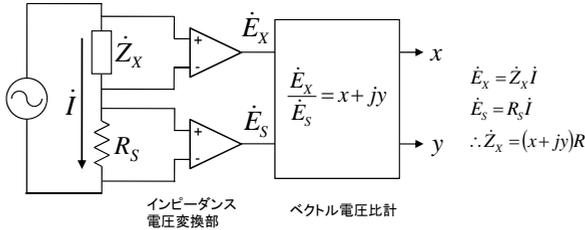


図 2・15 インピーダンスメータ

2-3-1 交流抵抗測定

抵抗器を交流で用いる場合、抵抗体をもつ導体のインダクタンスや線間容量など、いわゆる寄生インピーダンスが存在するために、リアクタンス成分を考慮する必要がある。したがって交流電気測定の技術開発における初期の段階から、リアクタンス成分を抑制し、かつ長期にわたり高安定な抵抗器の精力的な開発が行われてきた^{6,7)}。抵抗器本体の詳細についてはここで述べないが、交流抵抗器は、キャパシタ、インダクタなどのインピーダンス測定の基本となるため、特に高精度な測定技術が要求される。

四辺ブリッジを利用して交流抵抗器の測定を行う場合は、三つの参照標準抵抗器が必要になる。既に述べたように、この場合二つの可変抵抗器を用いる必要があるため、高精度な測定には向かない。

変成器ブリッジを用いる場合は、参照標準抵抗器は一つあればよく、また固定型の抵抗器で測定が可能である。基本回路を図 2・16 に示す。ここで R₁、X₁ は参照標準器の等価直列抵抗、等価直列リアクタンス、R₂、X₂ は被測定器の等価直列抵抗、等価直列リアクタンスである。基本概念は図 2・14 と同じであるが、可変抵抗を用いない代わりに必要となる電圧調整装置を備えている。これは、電圧振幅と位相を同時に調整できる必要があり、このために V_a、V_b、R₃、X₃ は固定のままにブリッジを平衡させることができる。電圧調整装置は多様な回路が挙げられるが、一例を図 2・17 に示す。ここでは、入力電圧を安定かつ高精度に分圧できる誘導分圧器を用いている³⁾。二つの誘導分圧器を 1 電源に接続する (通常は変成器による励磁)。この出力端に各々抵抗とキャパシタをつなぎ、互いに直角位相差をもつ 2 電圧を生成し、これを結合してブリッジ回路に注入することで複素電圧調整装置となる。ここで用いる誘導分圧器は、ディケード誘導分圧器¹⁾ という多段型の誘導分圧器で、1 段が一桁に相当する。したがって段数が多いほど調整の分解能が高いため、高精度測定が必要な場合は段数を増や

す必要がある。このブリッジの平衡条件は、

$$\frac{R_x + jX_x}{R_s + jX_s} = \frac{\dot{V}_a}{\dot{V}_b + \Delta\dot{V}} \quad (2 \cdot 23)$$

となる。ただし $\Delta\dot{V}$ は電圧調整装置により注入された複素電圧。なお、変成器は巻数比に応じた優れた電圧比生成装置であることは既に述べたが、厳密には理想比からは逸脱しており、変成器にもよるが一般的には 10^6 程度のずれがある。したがって高精度な測定が必要な場合には電圧比を別途見積もる必要があるが、比の安定度は極めて高く、設計によっては比の不確かさを 10^{-9} 台に抑えることも可能である。

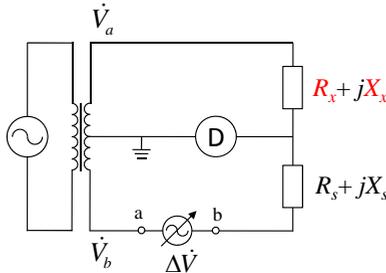


図 2・16 交流抵抗測定用変成器ブリッジ。赤字は被測定値（以降の図も同様）

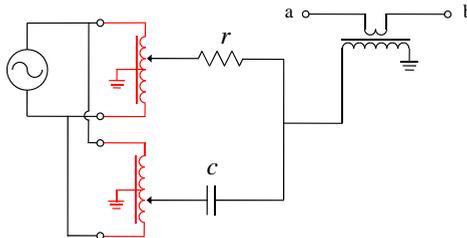


図 2・17 電圧調整回路の一例。赤で示した回路部位は誘導分圧器。a-bは図 2・16 の a-b に相当

2-3-2 キャパシタンス測定

キャパシタンスの測定は主に、既知の交流抵抗との比較、または、既知のキャパシタンスとの比較によってなされる。ここではまず、既知の交流抵抗を用いてキャパシタンスを測定する方法について述べる。参照標準抵抗器と被測定キャパシタを用いて直角相ブリッジを構成した回路を図 2・18 に示す⁷⁾。ここでは簡単のため、各素子を純抵抗、純キャパシタとして扱う。この回路において、 i_R 、 i_C は、

$$i_R = \frac{\dot{V}_1}{R} \quad (2 \cdot 24a)$$

$$i_C = j\omega C \dot{V}_2 \quad (2 \cdot 24b)$$

平衡条件は $I_R + I_C = 0$, すなわち,

$$\omega CR = j \frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} \quad (2 \cdot 25)$$

となる. したがって, \dot{V}_2 は \dot{V}_1 に対して 90° 進相である必要がある. この場合, 電圧比, 測定周波数及び R が分かれば C が求まる. しかし, \dot{V}_1 と \dot{V}_2 を精度よく, かつ安定的に直角位相を保って印加することは困難であるなどの理由から, 実際には二つの参照標準抵抗器と二つの被測定キャパシタを用意し, 図 2・19 に示すダブルブリッジを構成する. この回路では, 二つのブリッジを同時に平衡させる. この場合の平衡条件は,

$$\omega^2 C_1 C_2 R_1 R_2 = -\frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_3} \quad (2 \cdot 26)$$

となる. ここでの要点は, 式(2・29)が \dot{V}_2 に依存しない点にある. すなわち \dot{V}_1 と, その逆相 (= 180° 進相) の $-\dot{V}_3$ が安定に印加されていれば, \dot{V}_2 が多少不安定であっても平衡条件には影響しない. したがって図 2・20 のように回路を構成し, $\dot{V}_1 = \dot{V}$, $\dot{V}_2 = j\dot{V}$, $\dot{V}_3 = -\dot{V}$ として, 変成器により \dot{V} と $-\dot{V}$ を供給することにより, より安定的に以下の平衡状態が得られる.

$$\omega^2 C_1 C_2 R_1 R_2 = 1 \quad (2 \cdot 27)$$

式(2・27)の平衡で得られるのは, $C_1 C_2$ の積のかたちであるため, 変成器ブリッジなどを用いて C_1 と C_2 の比を別途測定することにより, 最終的に C_1 , C_2 それぞれの値が求まる. 直角相ブリッジを用いた測定は, 得られるキャパシタンス値の範囲が限定的, 平衡操作が複雑などのデメリットがある一方, 高精度に測定された交流抵抗器から直接値づけが可能であることから, 主に国家標準レベルの高精度な測定に利用されている⁸⁾.

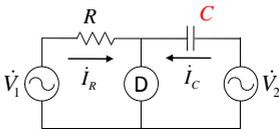


図 2・18 直角相ブリッジ

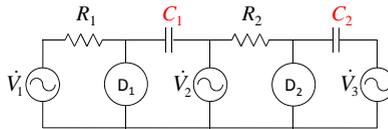


図 2・19 直角相ダブルブリッジ

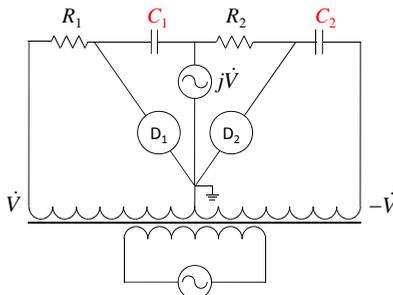


図 2・20 直角相ダブルブリッジ. 変成器による構成

既知のキャパシタンスを用いて測定を行う場合の四辺ブリッジは、キャパシタンス値や用途に応じた様々な回路が提案されてきた。回路の一例とその平衡条件を図2・21に示す⁴⁾。

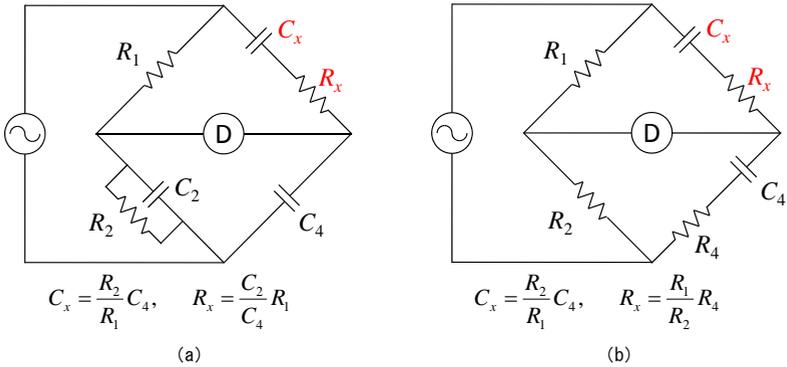


図2・21 (a)直列容量ブリッジとその平衡条件 (b)シェーリングブリッジとその平衡条件

既知のキャパシタンスを用いた、変成器ブリッジによる測定は、交流抵抗の場合と概念的には同様で、複素電圧注入装置を備えていればよい。ここでは例として、ディケード誘導分圧器を利用した容量ブリッジとその平衡条件を図2・22に示す¹⁾。これは図2・14と異なり、参照標準器自体を誘導分圧器に接続させている。この場合の C_s 、 G_s は被測定キャパシタと比較して純度の高いキャパシタンス及び抵抗（コンダクタンス）である必要がある。

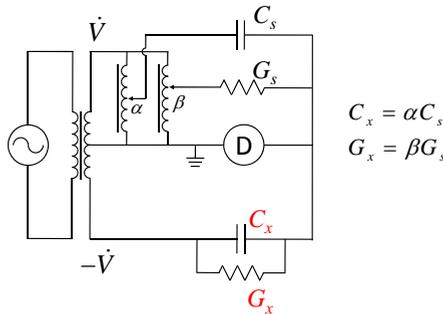


図2・22 容量ブリッジとその平衡条件。α, βは、誘導分圧器における分圧比 (0 ≤ α, β ≤ 1)

なお大容量キャパシタンスの測定では、電流比較型の変成器ブリッジがよく用いられる。大容量キャパシタンスは低インピーダンスであることから、電流比較の方が高精度な測定が可能である。回路とその平衡条件を図2・23に示す³⁾。

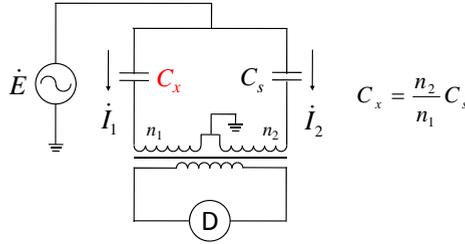


図 2・23 電流比較型ブリッジとその平衡条件

2-3-3 インダクタンス測定

インダクタンスの測定は、既知の抵抗及びキャパシタを用いた四辺ブリッジにより実施する方法が一般的である。図 2・24 に示すマクスウェル・ウィーンブリッジは、キャパシタンスとインダクタンスを関係づけるブリッジである。図中 L_x 、 R_x を各々被測定インダクタのインダクタンス、等価直列抵抗とすると、平衡条件は、

$$\frac{R_x + j\omega L_x}{\frac{1}{R_2} + j\omega C_2} = R_1 R_4 \quad (2 \cdot 28)$$

から、

$$L_x = C_2 R_1 R_4 \quad (2 \cdot 29a)$$

$$R_x = \frac{R_1 R_4}{R_2} \quad (2 \cdot 29b)$$

となる²⁾。ただしキャパシタの値 C_2 が固定値の場合、 R_1 、 R_4 で調整を取らなければならず、式(2・29a)及び式(2・29b)が両方とも $R_1 R_4$ の関数であるため、平衡がとりにくい⁹⁾。

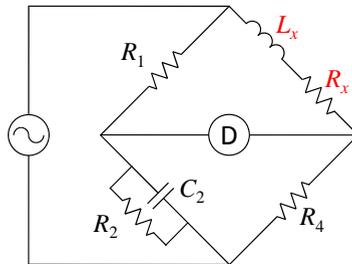


図 2・24 マクスウェル・ウィーンブリッジ

図 2・25(a)に示すアンダーソンブリッジもインダクタンス測定用の代表的ブリッジである²⁾。平衡条件を求めるには、abc 間を Δ 回路とみなし、これを Y 回路に変換すると便利である。 Δ -Y 変換後の回路を図 2・25 (b)に示す。インピーダンス Z_A 、 Z_B 、 Z_C は、

$$\dot{Z}_A = \frac{r}{1 + j\omega C(R+r)} \quad (2 \cdot 30a)$$

$$\dot{Z}_B = \frac{R}{1 + j\omega C(R+r)} \quad (2 \cdot 30b)$$

$$\dot{Z}_C = \frac{j\omega CRr}{1 + j\omega C(R+r)} \quad (2 \cdot 30c)$$

となる. この場合の平衡条件は,

$$(R_x + j\omega L_x)\dot{Z}_B = (R_1 + \dot{Z}_C)R_4 \quad (2 \cdot 31)$$

なので,

$$L_x = C \left\{ r \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) + R_1 \right\} R_4 \quad (2 \cdot 32a)$$

$$R_x = \frac{R_1 R_4}{R_2} \quad (2 \cdot 32b)$$

となる. この場合, 既知のキャパシタンス値 C が固定でも, r を調整することにより式(2.32b)とは独立に式(2.32a)を満たすことができ, 平衡がとりやすいという利点がある⁹⁾.

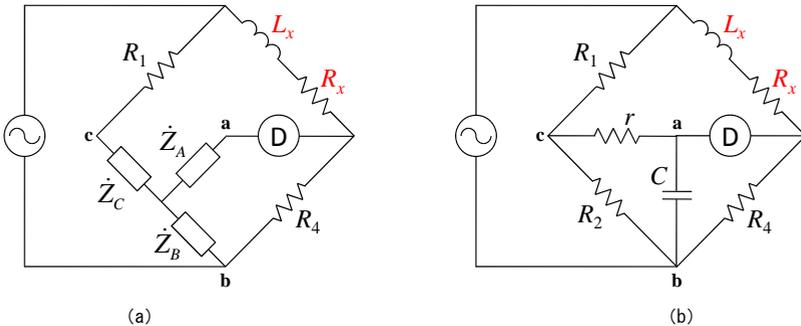


図 2・25 (a)アンダーソンブリッジ (b)アンダーソンブリッジ(A-Y変換後)

■参考文献

- 1) 菅野允, “改訂電磁気計測,” pp.114-119, コロナ社, 1991.
- 2) 山崎亨・岩村衛, “最新高級電験講座 第6巻 電気測定,” pp.176-188, 電気書院, 1997.
- 3) 菅野允, “精密電気計測,” pp.175-190, コロナ社, 1994.
- 4) 山崎弘郎, “電気電子計測の基礎—誤差から不確かさへ—,” pp.159-161, 電気学会, 2005.
- 5) 米永曉彦・堂前篤志・中村安宏, “四端子対インピーダンスブリッジを用いた標準キャパシタの校正法とその不確かさ,” 産総研計量標準報告, vol.6, no.2, pp.101-117, 2007.
- 6) B. Hauge and T.R. Foord, “Alternating Current Bridge Methods,” Pitman Publishing, London, pp.115-153, 1971.
- 7) B.P. Kibble and G.H. Rayner, “Coaxial AC Bridges,” Adam Hilger Ltd, Bristol, pp.41-45, 1984.
- 8) Y. Nakamura, A. Fukushima, Y. Sakamoto, T. Endo, and G.W. Small, “A Multifrequency Quadrature Bridge for Realization of the Capacitance Standard at ETL,” IEEE Trans. Instrum. Meas., vol.48, no.2, pp.351-355, 1999.
- 9) 西野治, “ブリッジ回路とその応用,” pp.103-104, オーム社, 1962.

■12 群 - 6 編 - 2 章

2-4 電力測定

2-4-1

(※執筆中)

2-4-2 高調波測定

(執筆者: 山田達司) [2008年9月 受領]

高調波測定に使用される計測器(一般的には、パワーアナライザと呼ばれる)は、主に IEC 61000-4-7¹⁾ の規定内容に合致するように設計される(IEEE 519 (1992) という国際規格も存在するが、日本の JIS は IEC 61000-4-7 に準拠している)。

IEC 61000-4-7 で規定されている主な内容:

1. 第 50 次までの高調波の測定に対応する。
2. 基準計測器の解析原理は離散フーリエ変換(DFT)とする。
3. 次数間高調波(Interharmonics)の測定に対応する。
4. 9 kHz 以下の周波数範囲に対応する。
5. タイムウィンドウの幅は 200 ms とする(IEC 61000-4-7 (1991)に基づく測定の場合、ウィンドウ幅に従った平滑化フィルタを設定する)。

一般的に高調波の基本波周波数は 50 Hz 及び 60 Hz である。DFT 以外の解析原理としては、離散ハートレー変換(Hartley transform)²⁾ 及びウェーブレット解析(Wavelet transform)³⁾、フィルタバンク(Filter banks)などがある。次数間高調波の導入は、高調波以外のノイズを考慮したものであり、グルーピング処理の方法によって、高調波グループ、高調波サブグループ、次数間高調波グループ、次数間高調波中心サブグループに分けられる。またタイムウィンドウ(Time window)幅が 200 ms というのは 50 Hz で 10 サイクル、60 Hz で 12 サイクルを意味し、これによって次数間高調波は周波数間隔が 5 Hz のスペクトル線として扱われることになる。

主な高調波計測器の構成図を図 2-26 に示す。測定される入力電圧及び入力電流は信号処理可能な電圧レベルに変換した後、サンプリングによってエイリアシングを引き起こさないようにアンチエイリアシング・フィルタ(Anti-aliasing filter)でサンプリング周波数の 1/2 以上の周波数を除去する。これは、ナイキストの定理によるものである。また、サンプリングはタイムウィンドウの幅内で処理され、そこで得られたサンプリングデータを基に DFT 解析がなされる。DFT 解析では、ウィンドウ処理後のデータシーケンスを信号データの一周期として扱われる⁴⁾。

IEC 61000-3-2 など で規定されている高調波上限値は、基本波周波数の整数倍で定義されている高調波成分だけを対象とするのではなく、その高調波成分周辺の周波数成分、いわゆる次数間高調波も包含している。つまり、式(2-33)に示されるグループ化処理によって得られた高調波グループの実効値が高調波の評価に使われる(実際は、時定数 1.5 秒の第 1 次ローパスフィルタに通したものが使われる)。

$$G_{g,n}^2 = \frac{C_{k-5}^2}{2} + \sum_{i=-4}^4 C_{k+i}^2 + \frac{C_{k+5}^2}{2} \quad (50 \text{ Hz の場合}) \quad (2 \cdot 33a)$$

$$G_{g,n}^2 = \frac{C_{k-5}^2}{2} + \sum_{i=-4}^4 C_{k+i}^2 + \frac{C_{k+5}^2}{2} \quad (60 \text{ Hz の場合}) \quad (2 \cdot 33b)$$

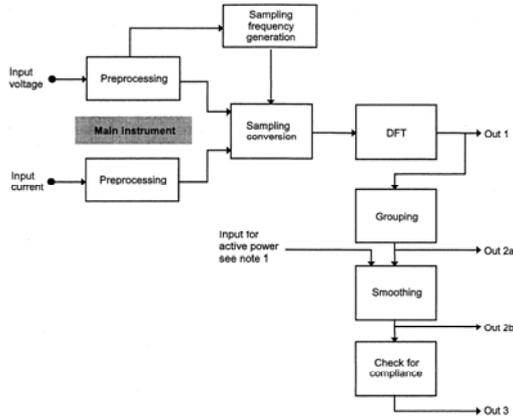


図 2・26 パワーアナライザの一般的構成¹⁾

(1) ひずみ率に関する定義

一般的に高調波を示すパラメータは総合高調波ひずみ率 (THD) である。THD は式(2・34)のように基本波成分の実効値に対する指定されたすべての高調波成分の実効値の比で表される (高調波グループ Gn を使う場合がある)。また、分母の V は V_1 もしくは $V_1 \sim V_n$ の二乗和平方根のどちらかが使われる。

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^N V_n^2}}{V} \quad (2 \cdot 34)$$

一方、THD より一般的に利用頻度が高いのが式(2・35)で求められる $THD+N$ (THD plus noise) である。これは、高調波のみならずノイズまで含めている。単サイン波やノッチフィルタの出力などを測定する場合に利用される。

$$THD + N = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^N V_n^2 + (Noise)^2}}{V} \quad (2 \cdot 35)$$

この分母の V は、 V_1 もしくは入力信号 (すべてのノイズを含む) の実効値のどちらかである。

電流の THD を測定する場合、基本波の負荷電流が小さく変動が激しいと、それによって THD が大きく影響される。このようなことを避けるために、基本波の負荷電流を基準にする代わりに定格電流に基づいた高調波評価が妥当な場合がある。このようなケースに対して提案された高調波ひずみ率が式(2・36)で求められる TDD (Total demand distortion) である⁵⁾。

$$TDD = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^N I_n^2}}{I_R} \quad (2.36)$$

また、各高調波の大きさを表すパラメータとして、高調波包含率（ $= V_n/V_1$ ）があり、基本波成分の実効値に対する指定された高調波成分の実効値の比として定義される。

(2) 離散フーリエ変換 (DFT) とウィンドウ関数

図 2.26 で示した高調波計測器の構成の中で DFT 解析処理を行う過程を明解に示したのが図 2.27 である。歪んだ電圧 $V(t)$ 及び電流 $I(t)$ をサンプリングする前に最初の処理として分圧器及びシャントなどを利用して低電圧信号 $v_{in}(t)$ に変換する。その次に、サンプリング後のエイリアシング（エイリアス信号が発生すること）を予防するために、アンチエイリアシング・ローパスフィルタを使用して $v_{in}(t)$ の周波数成分のうちサンプリング周波数（ $f_s = 1/T$ ）の 1/2 以上の周波数成分をカットする。サンプルホールドユニット機能をもつ A/D 変換器によりアナログ信号 $v_o(t)$ がデジタル信号 $x[n]$ に変換される。このとき、測定対象としている入力の基本波周波数とサンプルホールド及び A/D 変換器のサンプリング周波数がシンクロするように設計するとサンプリング周波数のジッタによるパラツキの影響を抑制させることが可能である。

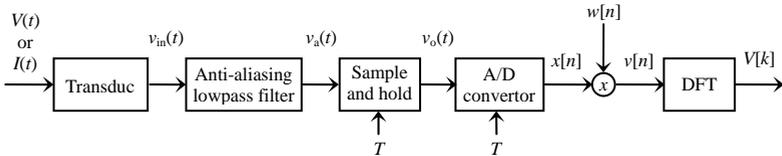


図 2.27 入力信号の DFT 処理フロー

DFT 処理されるデジタル信号は、有限個からなるシーケンスデータである。通常の DFT 処理は FFT を利用し、 N 個のシーケンスデータに対して $M \log N$ に相当する計算量を処理する。そのため、A/D 変換されたデジタル信号のうち、最低限必要なデータだけウィンドウ処理して DFT 処理を行う。図 2.28 にウィンドウ処理に利用される代表的なウィンドウ関数を紹介する。IEC 61000-4-7 では主に (a) のレクタングュラ・ウィンドウを推奨しており、同期外れの場合は、ハミング・ウィンドウを使用し、信号の両端のつなぎ目で大きく減衰させて同期外れの影響を抑える。このほかにも、トライアングュラ (Triangular)、ハミング (Hamming)、ガウシヤン (Gaussian)、ドルフ・チェビフエフ (Dolph-Chebyshev) などのウィンドウ関数がある。

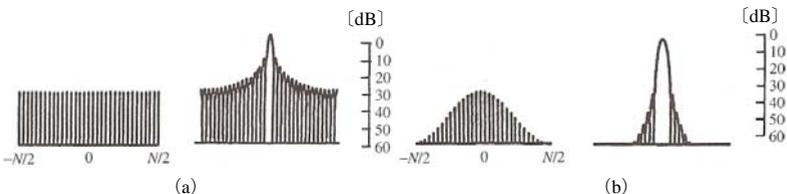


図 2.28 代表的なウィンドウ関数⁵⁾ (a) Rectangular window, (b) Hanning window

図 2・27 に示すように、A/D 変換により得られたデジタル信号 $x[n]$ はウィンドウ関数 $w[n]$ で乗算される⁴⁾。 $x[n]$ を式(2・40)に示す信号と仮定すると、

$$x[n] = A_0 \cos(\omega_0 n + \theta_0) + A_1 \cos(\omega_1 n + \theta_1), \quad -\infty < n < \infty \quad (2 \cdot 37)$$

図 2・27 に示した信号 $v[n]$ は $v[n] = x[n]w[n]$ であり、フーリエ変換された $V(e^{j\omega})$ は畳込み積分となるので複素表現で示すと、式(2・41)となる。

$$V(e^{j\omega}) = \frac{A_0}{2} e^{j\theta_0} W(e^{j(\omega-\omega_0)}) + \frac{A_0}{2} e^{-j\theta_0} W(e^{j(\omega+\omega_0)}) \\ + \frac{A_1}{2} e^{j\theta_1} W(e^{j(\omega-\omega_1)}) + \frac{A_1}{2} e^{-j\theta_1} W(e^{j(\omega+\omega_1)}) \quad (2 \cdot 38)$$

ここで、 $V(e^{j\omega})$ は $w[n]$ のフーリエ変換である。この式から $V(e^{j\omega})$ は、振幅が 1/2 になり、 $\pm \omega_0$ 、 $\pm \omega_1$ に周波数シフトした $w[n]$ のフーリエ変換であることを意味している。例として、図 2・29 に長さ 64 のレクタングュラ・ウィンドウ $w[n]$ 、サンプリング周波数 10 kHz、信号振幅 $A_0 = 1$ 、 $A_1 = 0.75$ 、位相 $\theta_0 = \theta_1 = 0$ と設定した場合の DFT 処理結果を示す⁴⁾。同図より、レクタングュラ・ウィンドウのようなメインローブの幅が狭い程、ほかの周波数成分とオーバーラップすることがないため、周波数分解能が高くなる。一方、ハニング・ウィンドウを使用した場合、図 2・28 に示したようにメインローブの幅が広いため、ほかの周波数成分とオーバーラップすることがあり、周波数分解能は悪くなる。また、サイドローブのレベルについて着目すると、図 2・28 に示したようにレクタングュラ・ウィンドウはサイドローブのレベルが大きい、ほかの周波数成分であるスペクトル線との干渉が大きい(スペクトル・リーケージが大きい)が、ハニング・ウィンドウでは、サイドローブのレベルが小さいため、スペクトル・リーケージが小さい。

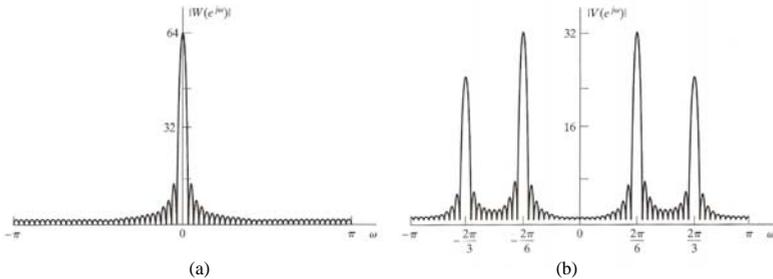


図 2・29 ウィンドウ処理後のフーリエ解析⁴⁾

(a) レクタングュラ・ウィンドウのフーリエ変換、(b) $\omega_0 = 2\pi/6$ 、 $\omega_1 = 2\pi/3$

しかしながら、レクタングュラ・ウィンドウではある条件に限り、高スペクトル分解能と低スペクトル・リーケージが実現できる。その条件は、レクタングュラ・ウィンドウの幅が定常な周期信号の周期の整数倍に設定することである。これにより、DFT 処理内によるデジタル信号のつながりに不連続箇所がなくなり、スペクトル・リーケージを限りなく抑えることができる。IEC 61000-4-7 において、レクタングュラ・ウィンドウの幅を 200 ms とし、基本波周波数 50 Hz 時に 10 サイクル、60 Hz 時に 12 サイクルと推奨しているのは、この理由からである。

(3) トランスデューサ

実際に高調波を測定する際には、図 2・27 に示したように、入力電圧及び入力電流をアンチエイリアシング・フィルタや A/D 変換器に入力可能な電圧レベルに変換する必要がある。そのような変換器（トランスデューサ）には、主に分圧器及びシャントが使われる。通常パワーアナライザには、このようなトランスデューサが内蔵されている場合が多い。しかし、パワーアナライザに入力する電圧もしくは電流が最大許容入力を超える場合には、外部に別途トランスデューサを設ける必要がある。分圧器（VT）及び変流器（CT）を使用する場合には、パワーアナライザのスケール機能を利用して、それぞれ指定した分圧比及び変流比をセットする。シャント形あるいはクランプ形電流センサを使用する場合には、パワーアナライザのセンサ入力部を利用するとともに、その換算比（トランスインピーダンス）をセットする。

従来のトランスデューサ、いわゆる VT、CT、シャント形電流センサ、クランプ形電流センサについては、商用周波数で使用されてきた実績もあり、その特性は十分理解されているが、高調波測定においては実績がなく、十分に調査されていない。高調波範囲内で周波数特性が良く、十分精度の高いトランスデューサが望ましい。逆に、周波数特性が良くない場合でも、その特性が十分把握できるならば、補正処理により高調波測定が可能となる。IEC 61000-4-7 においては、トランスデューサの最大許容誤差は 5% と規定されている。

高調波測定を行ううえで最も重要になってくるのが電流測定である。その理由は、電流波形は非常に歪んでいる場合が多く、高調波測定の精度に大きく影響する。従来の電流測定では、電力系統など大電流の場合 CT が、比較的小さい電流の場合にはシャント形電流センサが使われる。一般的な CT はトロイダル形状のコアに入力電流を貫通させ、その二次電流を電磁誘導現象によりコアに巻きつけた電線から得られる。構成が非常にシンプルでありながら、商用周波数においては高精度な電流測定ができる。一方で、高調波測定においては、コアの透磁率の低下によって漏れインダクタンスが増加し、かつ二次巻線による浮遊キャパシタンスが増加することから、高調波次数が高くなるほど、公称値からのずれが大きくなる。シャント形電流センサの場合、その形状により周波数特性を改善できるため、CT よりも周波数特性がよい。従来にはない電流トランスデューサとしては、サーチコイル、ロゴースキコイル、ホール素子センサ、光ファイバセンサなどがあり、周波数特性に優れた電流センサが開発されている。

(4) 測定精度

高調波測定において伴われる測定精度の劣化要因は以下のようである。

1. トランスデューサが有する比誤差、位相角
2. アンチエイリアシング・フィルタの周波数特性及びその変動
3. A/D 変換器の量子化誤差、非線形性、帯域幅など
4. FFT 処理時の丸め込み誤差

1 については、使用するトランスデューサの比誤差、位相角が各高調波成分において校正されているならば、その値をもって補正することができる。

2 については、アナログ設計によるローパスフィルタであるために、用いられるアナログ

素子の公称値からのずれ及び変動が周波数特性に影響する。ただ、一般的にアンチエイリアシング・フィルタはパワーアナライザ内部にあるため、それが演算処理の際に補正されているのが望ましい。

3 の量子化誤差については、A/D 変換器による量子化が起因する。k ビット A/D 変換器のダイナミックレンジを D とすると、1 LSB に相当する電圧分、すなわち量子化ステップサイズは $\Delta = D/2^k$ と表される。このとき、量子化誤差 e が、 $-D/2 < e < D/2$ 内で一様分布していると仮定すると、その分散（ノイズパワーに相当）は式(2.39)で表される。

$$\delta_e^2 = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} e^2 \frac{1}{\Delta} de = \frac{\Delta^2}{12} \quad (2.39)$$

また、DFT 解析後の振幅及び位相における分散 δ_A 、 δ_ϕ は式(2.40)、式(2.41)で表される⁶⁾。

$$\delta_A^2 = \frac{\delta_e^2}{L/2} = \frac{\Delta^2}{6L} \quad (2.40)$$

$$\delta_\phi^2 = \delta_A^2 \left(\frac{1}{V_a^2} + \frac{1}{V_b^2} \right) \quad (2.41)$$

このとき、 L はレクタングュラ・ウィンドウの幅に相当し、式(2.38)で示したように $L/2$ による重み付けを考慮している。また、このときの FFT は Radix-2 FFT を想定している。

4 については、一般的に Radix-2 DIT FFT を代表とする Cooley-Tukey 型 FFT を使用した場合、そのアルゴリズムからデータ数は 2 のべき乗を前提としている。データはランダムアクセス可能なレジスタに保管され、内部のマイクロプロセッサにより演算処理がなされる。FFT のバタフライ演算時の乗算過程では、数値の切り捨てが発生するため、そこで丸め込み誤差が生ずる。バタフライ演算時はデータ数 N 個に対して $N \log N$ に相当するため、その分だけ丸め込み誤差が増加する。

■参考文献

- 1) IEC 61000-4-7, "Electromagnetic Compatibility (EMC), Part 4: Limits, Section 7: General guide on harmonics and inter-harmonics measurements and instrumentation, for power supply systems and equipment connected thereto.," 2002.
- 2) G.T. Heydt, "Electric Power Quality.," Stars in a Circle Publications, West LaFayette, 1991.
- 3) P.F. Ribeiro, T. Haque, P. Pillay and A. Bhattacharjee, "Application of wavelets to determine motor drive performance during power systems switching transients.," Power Quality Assessment, Amsterdam, 1994.
- 4) A.V. Oppenheim and R.W. Schaffer, "Discrete-time Signal Processing.," Second edition, Prentice hall, 1999.
- 5) J. Arrillaga and N.R. Watson, "Power System Harmonics.," Second edition, Wiley, 2007.
- 6) M.F. Wagdy, "Effect of ADC Quantization Errors on Some Periodic Signal Measurements.," IEEE Trans. on Instr. and Meas., vol.IM-36, no.4, 1987.